Θεωρία
Συμπεριφοράς Καταναλωτή

Ποιες οικονομικές αρχές βρίσκονται πίσω από την ζήτηση ;

Θεωρία Συμπεριφοράς του Καταναλωτή

- **Θεωρία της Τακτικής Ωφέλειας**
  - **Θεωρία των Επιλογών**
- **Θεωρία της Απόλυτης Ωφέλειας**

Θεωρία των επιλογών

Οικουμενικό Σύνολο
(Το σύνολο των επιλογών)

π.χ. $S = \{a, b, c, d, e, f\}$

Εφικτό Σύνολο

Μη Εφικτό Σύνολο

π.χ. $A = \{a, b, c\}$ $\quad A' = \{d, e, f\}$

ισχύει

$$\left.\begin{array}{l} A \subset S \\ A' \subset S \end{array}\right\} \longrightarrow$$ **Α** και **Α′** Γνήσια υποσύνολα

$$A \cup A' = S$$

$$A \cap A' = \varnothing \longrightarrow$$ **Α** και **Α′** ξένα υποσύνολα

Η επιλογή γίνεται μεταξύ των στοιχείων του Α

Η επιλογή προϋποθέτει διάταξη κατά σειρά προτίμησης

Όταν κάθε στοιχείο του εφικτού συνόλου κατέχει **μια και μοναδική** θέση στη σειρά προτίμησης ➡ **Γνήσια (Ισχυρή) Διάταξη**

π.χ. $aPb \;,\; aPc \;,\; bPc$

Αξίωμα Ορθολογικότητας ➡ Επιλογή του 1ου στην διάταξη.
Από το σύνολο των διαθέσιμων λύσεων, ο άνθρωπος επιλέγει πάντα την καλύτερη δυνατή.

Η έννοια της *αδιαφορίας*

Παράδειγμα $A = \{a, b, c, x, y, z\}$

όπου $x\,P\,y \quad y\,P\,z \quad x\,P\,z$

όμως $a\,I\,x \quad b\,I\,y \quad c\,I\,z$

Διάταξη που επιτρέπει παρουσία αδιαφοριάς ονομάζεται Μη Γνήσια Διάταξη

$I_1 = \{a, x\}$

$I_2 = \{b, y\}$

$I_3 = \{c, z\}$

Το εφικτό σύνολο διαιρείται σε Υποσύνολα αδιαφορίας

$I_1\,P\,I_2 \qquad I_2\,P\,I_3 \qquad I_1\,P\,I_3$

(επαγόμενη γνήσια διάταξη)

Η επιλογή στοιχείων σε ένα υποσύνολο αδιαφορίας γίνεται με τυχαίο τρόπο

Προϋποθέσεις συνεπούς διάταξης και ορθολογικής επιλογής

Συνέπεια Αν $a\,P\,b$ ποτέ $b\,P\,a$

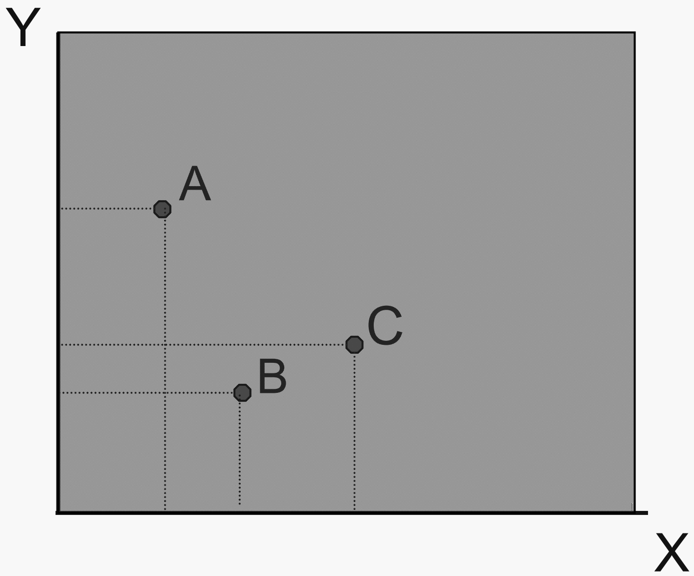
Μεταβατικότητα Αν $a\,P\,b$ και $b\,P\,c \Longrightarrow a\,P\,c$

Θεωρία Συμπεριφοράς του Καταναλωτή

Οι επιλογές του καταναλωτή

Υποθέσεις:

- Δύο αγαθά (π.χ. X και Y)
- Οι ποσότητες των αγαθών είναι τελείως διαιρετές



A, B, C ***Δέσμες Αγαθών***

(Στοιχεία του Οικουμενικού Συνόλου)

Χώρος Αγαθών

(Οικουμενικό Σύνολο)

Στόχος του καταναλωτή

Η επιλογή μιας δέσμης στο χώρο των αγαθών

Αξιώματα συμπεριφοράς του καταναλωτή

Ορθολογική Επιλογή

Προϋποθέτει ***κατάταξη με Συνέπεια*** όλων των δεσμών

Συνάρτηση Προτιμήσεων

Η κατάταξη αυτή ονομάζεται συνάρτηση προτιμήσεων. Ο καταναλωτής έχει πλήρη γνώση της συνάρτησης που αντιπροσωπεύει τις προτιμήσεις του (συνάρτηση προτιμήσεων)

Σχέσεις προτίμησης

Αν συγκρίνουμε δύο διαφορετικούς καταναλωτικούς συνδυασμούς, ***a*** και ***b*** τότε ο καταναλωτής μπορεί να τους κατατάξει ως προς την επιθυμητότητα τους και να δηλώσει:

- ισχυρή προτίμηση: ο *a* είναι προτιμότερος από τον ***b***.
- ασθενή προτίμηση: ο *a* είναι τουλάχιστον το ίδιο προτιμώμενος με τον ***b***.
- αδιαφορία: ο **a** είναι ακριβώς το ίδιο προτιμώμενος με τον ***b***.

Τα σύμβολα που χρησιμοποιούμε για να δηλώσουμε τις σχέσεις είναι:

$a \succ b$ Ο καταναλωτής **προτιμάει ισχυρώς** τον ***a*** από τον ***b***

$a \succeq b$ Ο καταναλωτής **προτιμάει ασθενώς** τον ***a*** από τον ***b***

$a \sim b$ Ο καταναλωτής είναι **αδιάφορος** μεταξύ του ***a*** και του *b*

Σχέσεις προτίμησης

Οι σχέσεις αυτές συνδέονται μεταξύ τους:

$a \succeq b$ και $b \succeq a$ τότε $a \sim b$

$a \succeq b$ αλλά ξέρουμε ότι δεν ισχύει $a \sim b$ τότε $a \succ b$

$a \succeq b$ και όχι $b \sim a$ τότε $a \succ b$

Χαρακτηριστικά της συνάρτησης προτιμήσεων (αξιώματα)

(1) Το αξίωμα της ***Πληρότητας (ή Σύγκρισης ή Πλήρους Διάταξης)***

Ανάμεσα σε δύο δέσμες Α και Β ο καταναλωτής δηλώνει **πάντα** με **βεβαιότητα** αν

$$\mathrm{A} \succeq \mathrm{B} \quad \text{ή} \quad \mathrm{B} \succeq \mathrm{A} \text{ ή και τα δύο οπότε } \mathrm{A} \sim \mathrm{B}$$

(2) Το αξίωμα της ***Μεταβατικότητας***

$$\text{αν} \quad \mathrm{A} \succ \mathrm{B} \text{ και } \mathrm{B} \succ \Gamma \quad \text{τότε} \quad \mathrm{A} \succ \Gamma$$

$$\text{αν} \quad \mathrm{A} \succeq \mathrm{B} \text{ και } \mathrm{B} \succeq \Gamma \quad \text{τότε} \quad \mathrm{A} \succeq \Gamma$$

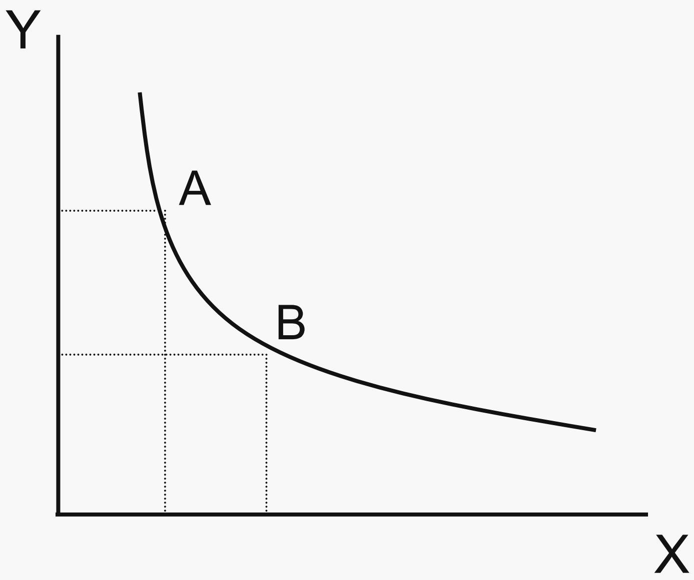
$$\text{αν} \quad \mathrm{A} \sim \mathrm{B} \text{ και } \mathrm{B} \sim \Gamma \quad \text{τότε} \quad \mathrm{A} \sim \Gamma$$

(3) Το αξίωμα του ***Μη Κορεσμού***

Ο καταναλωτής προτιμά πάντα το περισσότερο από το λιγότερο. Μεταξύ δύο δεσμών Α και Β που περιέχουν ίδια ποσότητα του Χ αλλά η Β περιέχει περισσότερο Υ τότε $\mathrm{B} \succ \mathrm{A}$.
Ονομάζεται και μονοτονικότητα των προτιμήσεων.

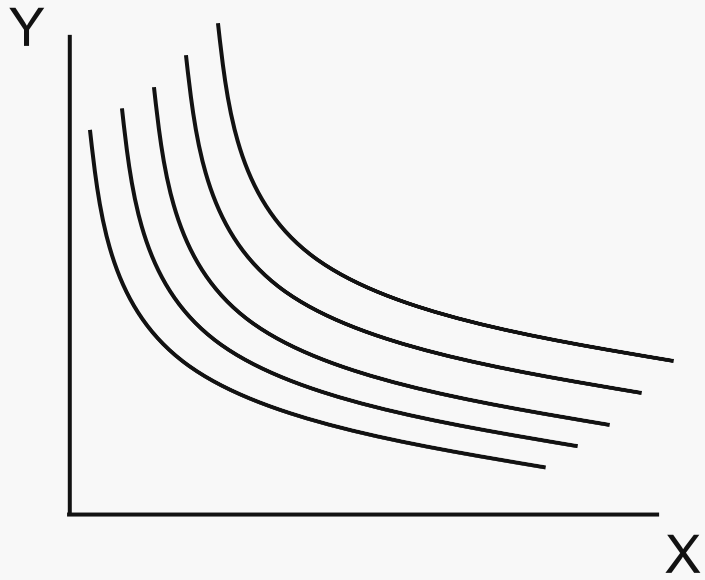
Καμπύλες αδιαφορίας

Καμπύλη αδιαφορίας = Γραφική απεικόνιση ενός υποσυνόλου αδιαφορίας



Γεωμετρικός τόπος των σημείων του χώρου των αγαθών τα οποία είναι εξίσου ελκυστικά για τον καταναλωτή

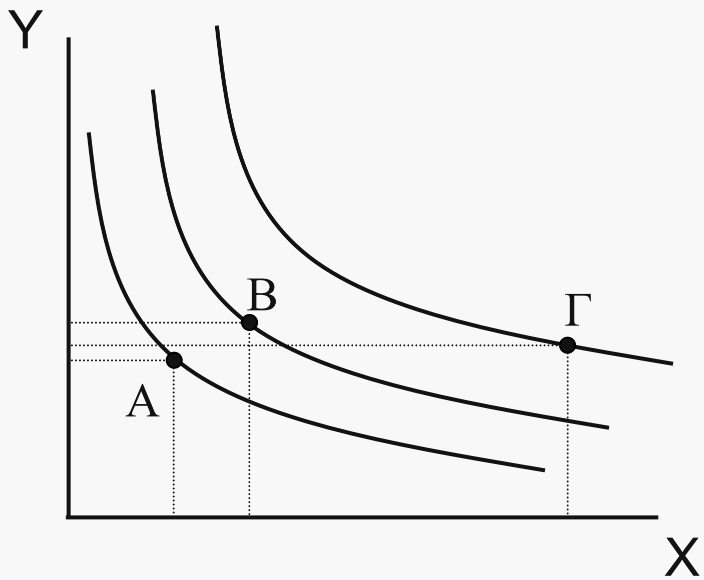
$$A \sim B$$



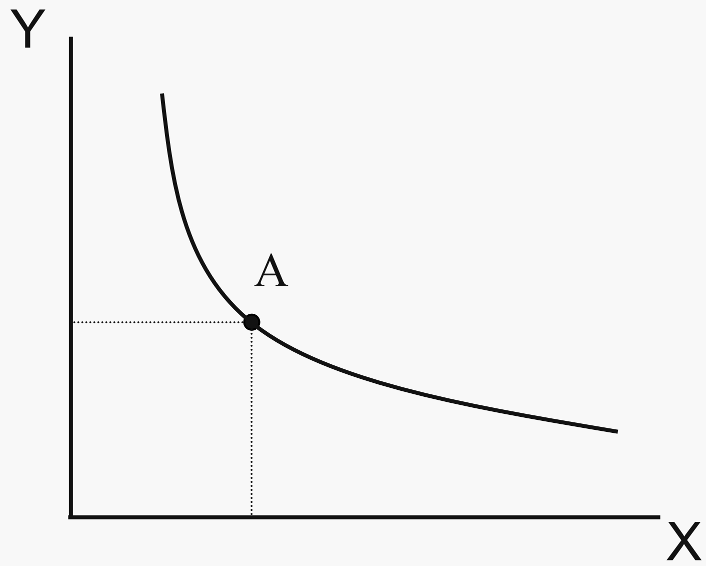
Χάρτης Καμπυλών Αδιαφορίας

Το σχήμα τους αντιπροσωπεύει τις προτιμήσεις του συγκεκριμένου καταναλωτή

Καμπύλες αδιαφορίας

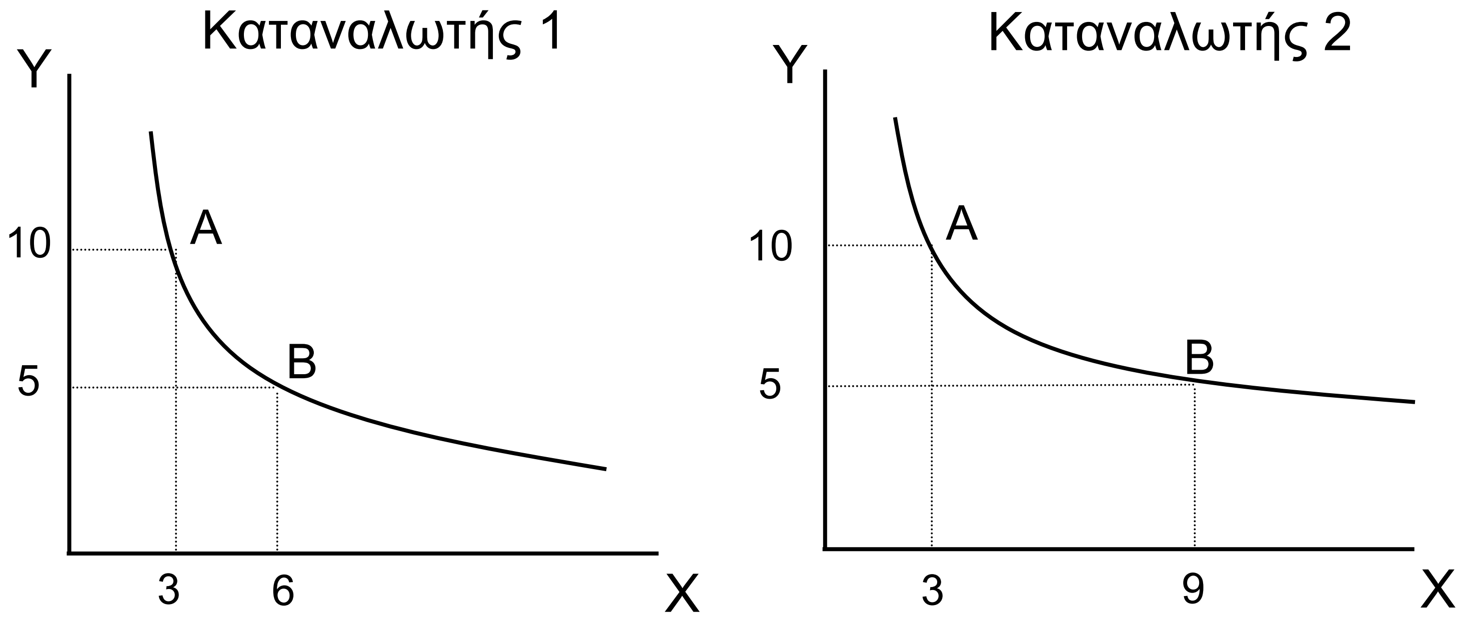


$\Gamma \succ B \succ A$



Για οποιοδήποτε σημείο Δ πάνω από την καμπύλη αδιαφορίας θα ισχύει $\Delta \succ A$

Παράδειγμα

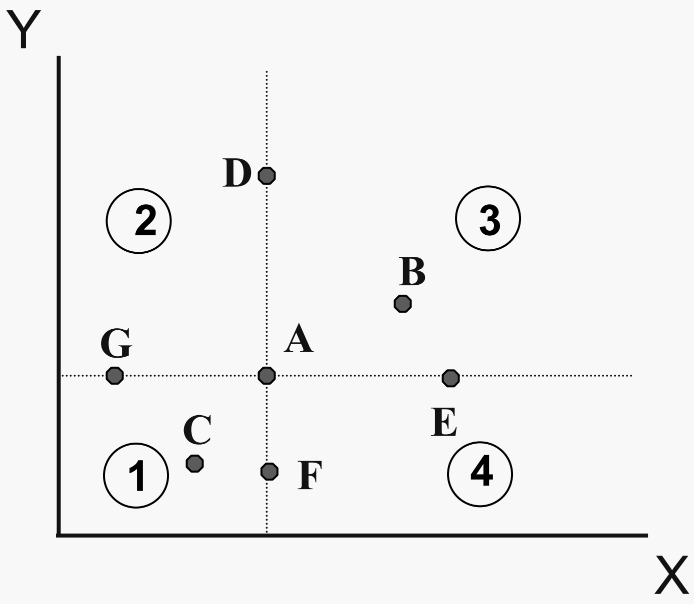


Ο καταναλωτής 2 σε σύγκριση με τον 1 προτιμά περισσότερο το αγαθό Υ σε σχέση με το Χ αφού είναι διατεθειμένος να θυσιάσει περισσότερο από το Χ από ότι ο καταναλωτής 1 προκειμένου να αποκτήσει την ίδια ποσότητα Υ.

Ιδιότητες των καμπυλών αδιαφορίας

(1) Πυκνές παντού Από κάθε σημείο του χώρου των αγαθών περνά οπωσδήποτε μία και μόνο καμπύλη αδιαφορίας (πληρότητα και διαιρετότητα)

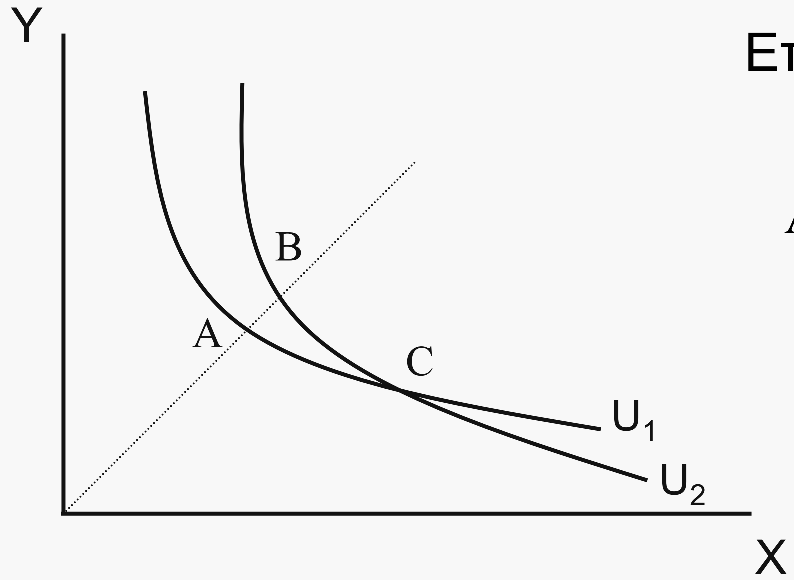
(2) Έχουν Αρνητική κλίση



$$\mathrm{B} \succ \mathrm{A} \qquad \mathrm{A} \succ C$$
$$D \succ \mathrm{A} \qquad \mathrm{E} \succ A$$
$$A \succ F \qquad \mathrm{A} \succ G$$

Η καμπύλη αδιαφορίας που περνάει από το Α περνάει αναγκαστικά από τις περιοχές 2 και 4

(3) Δεν τέμνονται



Επιλέγονται A και B έτσι ώστε $B \succ A$

A και C στην U_1 $\Rightarrow$ $A \sim C$

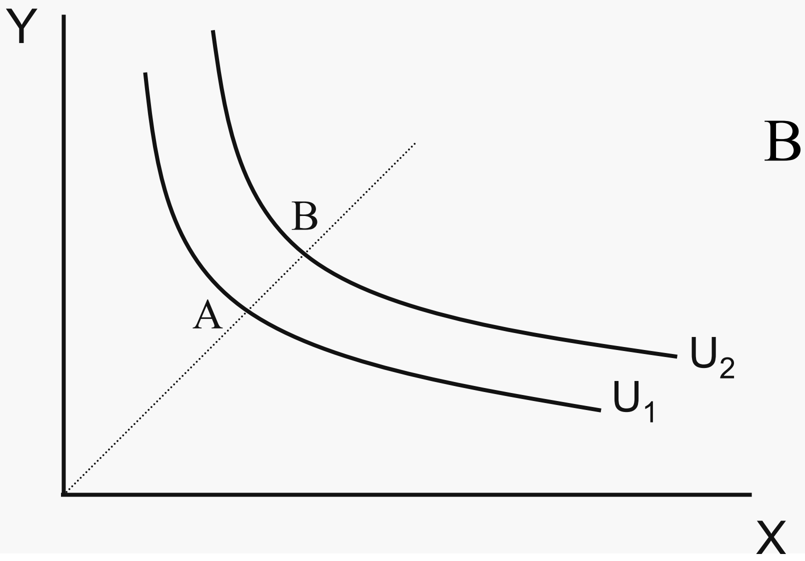
B και C στην U_2 $\Rightarrow$ $B \sim C$

Μεταβατικότητα $\Rightarrow$ $A \sim B$

$\Downarrow$

Άτοπο

(4) Υψηλότερη καμπύλη αντιπροσωπεύει δέσμες αγαθών που είναι προτιμότερες

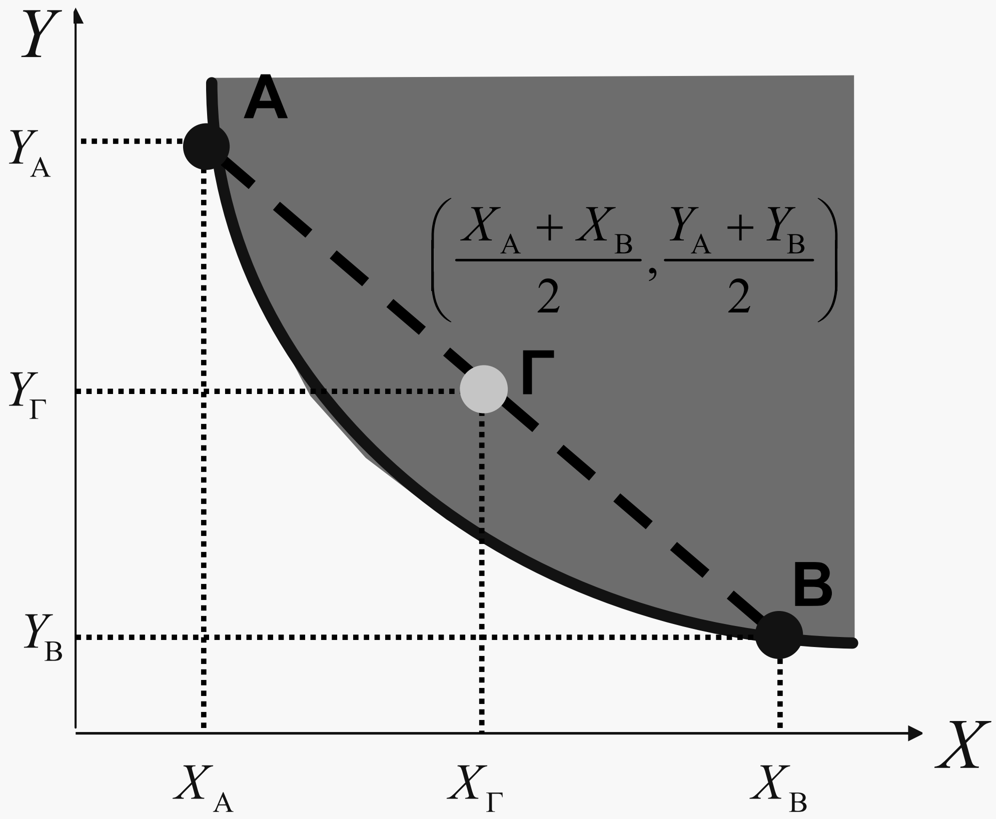


$B \succ A$ $\Rightarrow$ Κάθε σημείο της $U_2 \succ U_1$

(5) Είναι κυρτές προς την αρχή των αξόνων

Δεχόμαστε ότι οι μέσοι όροι είναι προτιμότεροι από τα ακραία σημεία.

Δηλαδή, για δύο συνδυασμούς $A(X_1,Y_1)$ και $B(X_2,Y_2)$ που βρίσκονται στην ίδια καμπύλη αδιαφορίας ο συνδυασμός $\left(X_1/2+X_2/2,\ Y_1/2+Y_2/2\right)$ είναι σαφώς προτιμότερος ή εξίσου καλός.

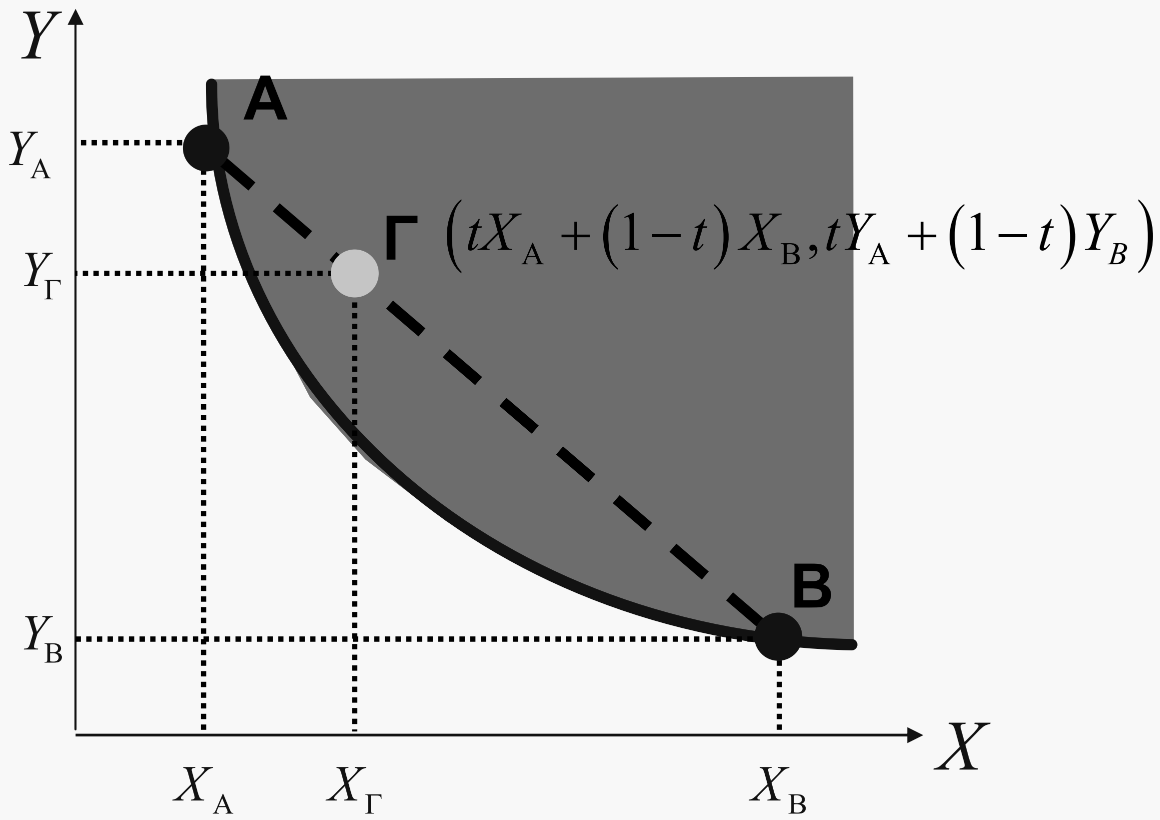


(5) Είναι κυρτές προς την αρχή των αξόνων

Δεχόμαστε ότι κάθε συντελεστή στάθμισης t θα ορίζει ένα σημείο πάνω στην ευθεία ΑΒ έτσι ώστε:

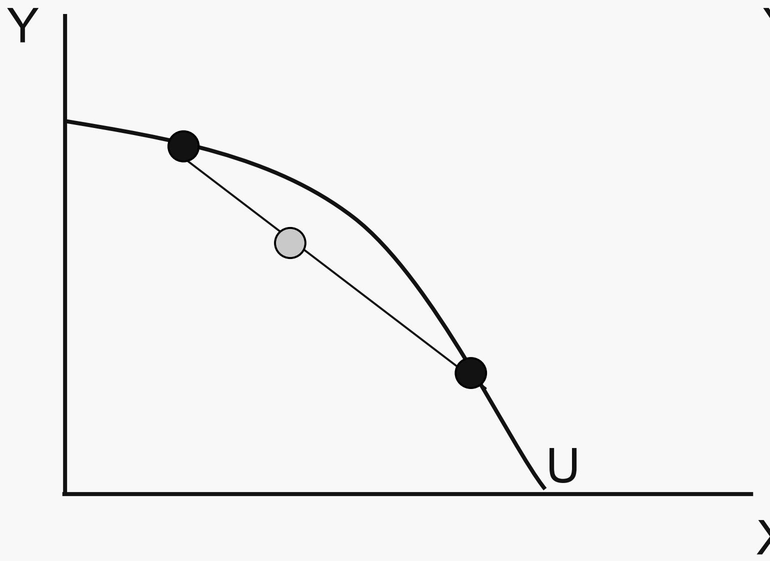
$$\text{Αν} \quad \left(X_{\mathrm{A}},Y_{\mathrm{A}}\right)\sim\left(X_{\mathrm{B}},Y_{\mathrm{B}}\right) \quad \text{τότε} \quad \left(tX_{\mathrm{A}}+\left(1-t\right)X_{\mathrm{B}},tY_{\mathrm{A}}+\left(1-t\right)Y_{B}\right)\succeq\left(X_{\mathrm{A}},Y_{\mathrm{A}}\right)$$

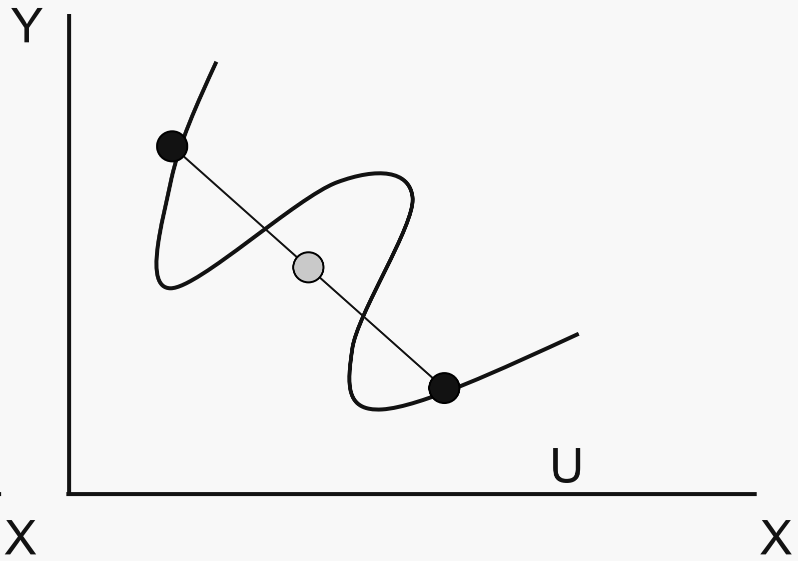
Επομένως δεχόμαστε ότι το σύνολο των συνδυασμών που είναι ασθενώς προτιμότεροι των Α, Β είναι ένα **κυρτό σύνολο**.



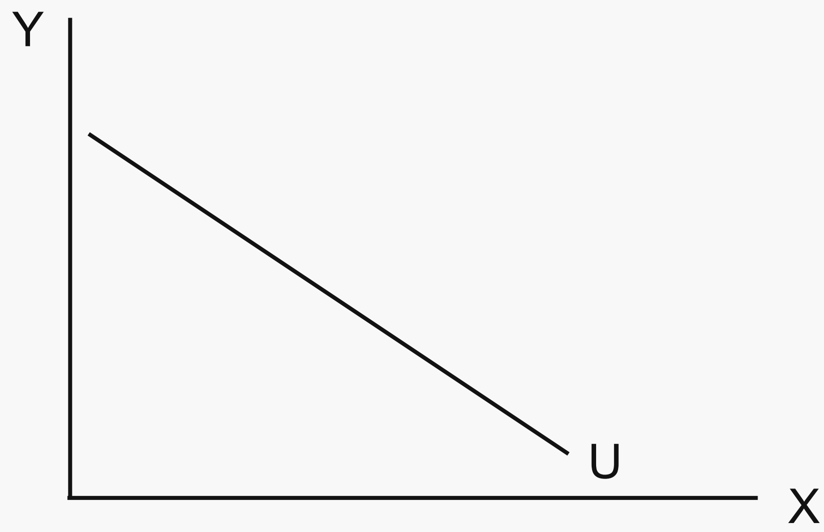
(5) Είναι κυρτές προς την αρχή των αξόνων

Παραδείγματα μη κυρτών προτιμήσεων:



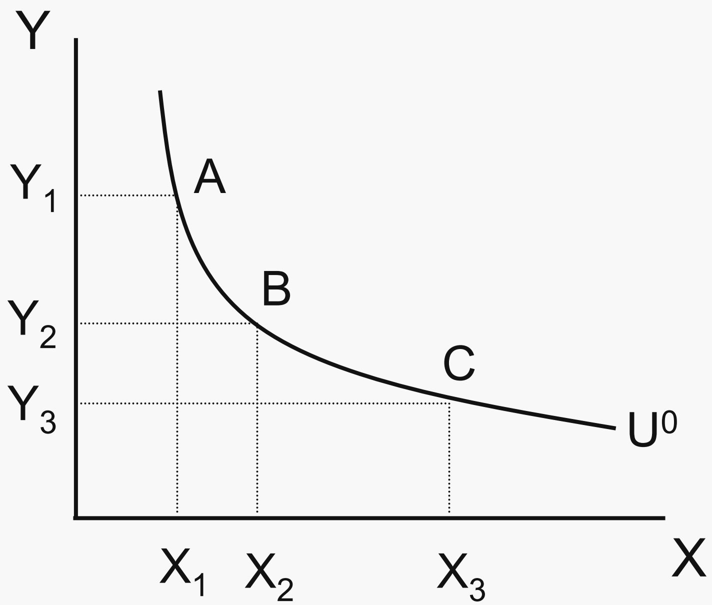


Η υπόθεση της κυρτότητας μπορεί να επεκταθεί στην υπόθεση της αυστηρής κυρτότητας.
Σε αυτή την περίπτωση οι προτιμήσεις δεν μπορούν να έχουν επίπεδα τμήματα.
Οι προτιμήσεις για τέλεια υποκατάστατα αγαθά είναι κυρτές όχι αυστηρά κυρτές.



Οριακός Λόγος Υποκατάστασης (MRS)

Ο ρυθμός με τον οποίο πραγματοποιείται η υποκατάσταση των δύο αγαθών σε μια συγκεκριμένη καμπύλη αδιαφορίας



$$MRS_{X,Y} = \left.\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right|_{U^0}$$

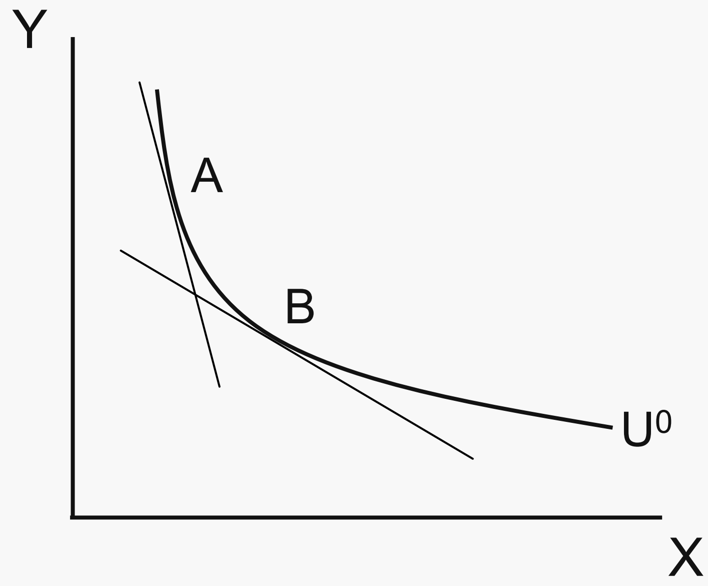
A $\longrightarrow$ **B** $$MRS_{X,Y} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

B $\longrightarrow$ **C** $$MRS_{X,Y} = \frac{Y_3 - Y_2}{X_3 - X_2}$$

Όταν η μορφή της συνάρτησης ωφέλειας είναι γνωστή

$$MRS_{X,Y} = \left.\frac{dY}{dX}\right|_{U^0}$$

Η κλίση της καμπύλης αδιαφορίας σε συγκεκριμένο σημείο



<u>Νόμος του φθίνοντος Οριακού Λόγου Υποκατάστασης</u>

Όσο μειώνεται το Y και γίνεται περισσότερο σπάνιο ο καταναλωτής απαιτεί όλο και μεγαλύτερες ποσότητες του X προκειμένου να εγκαταλείψει την ίδια ποσότητα Y

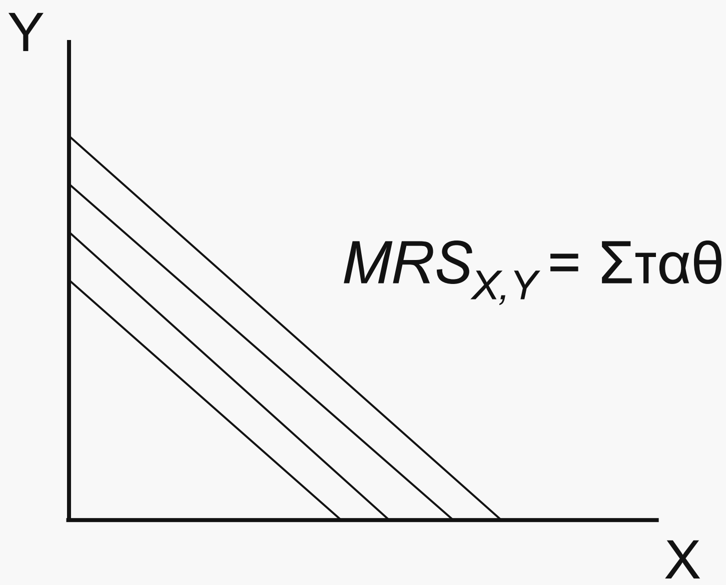
Οι καμπύλες αδιαφορίας έχουν αρνητική κλίση και είναι ***κυρτές*** προς την αρχή των αξόνων

Ειδικές μορφές καμπυλών αδιαφορίας

Τέλεια Υποκατάστατα

Δύο αγαθά είναι τέλεια υποκατάστατα αν ο καταναλωτής είναι διατεθειμένος να υποκαθιστά το ένα με το άλλο σε μια σταθερή αναλογία π.χ. 1:1.

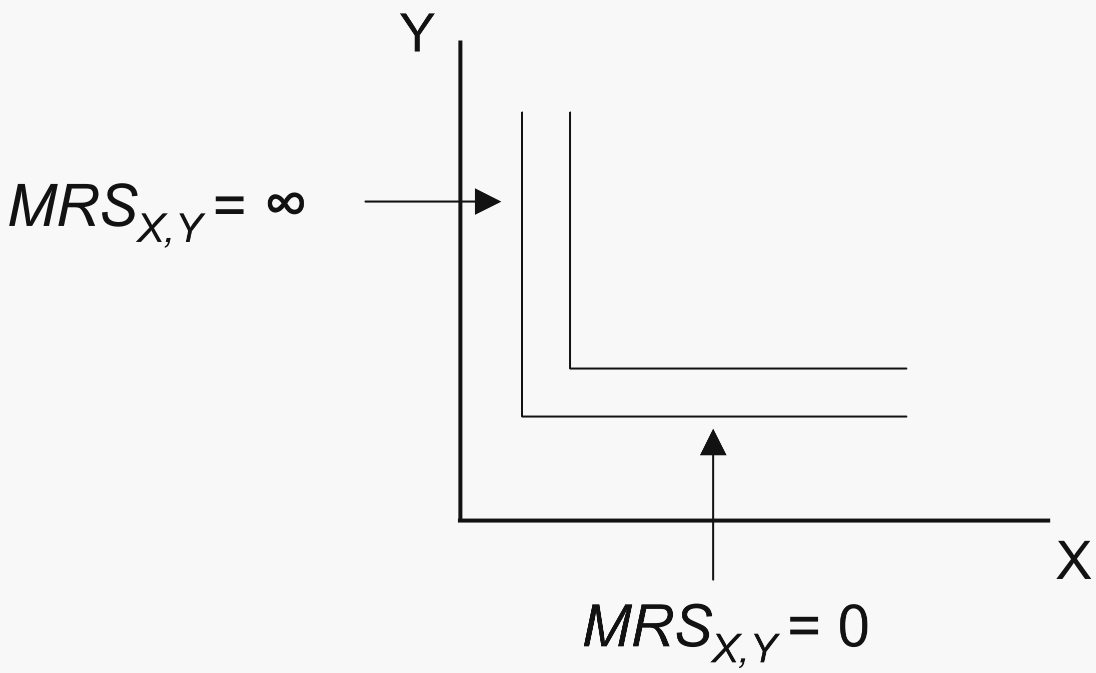
Μόνο ο αριθμός των ζευγών των μονάδων των δύο αυτών αγαθών καθορίζει τη σειρά προτίμησης των συνδυασμών.



Ειδικές μορφές καμπυλών αδιαφορίας

Τέλεια συμπληρωματικά

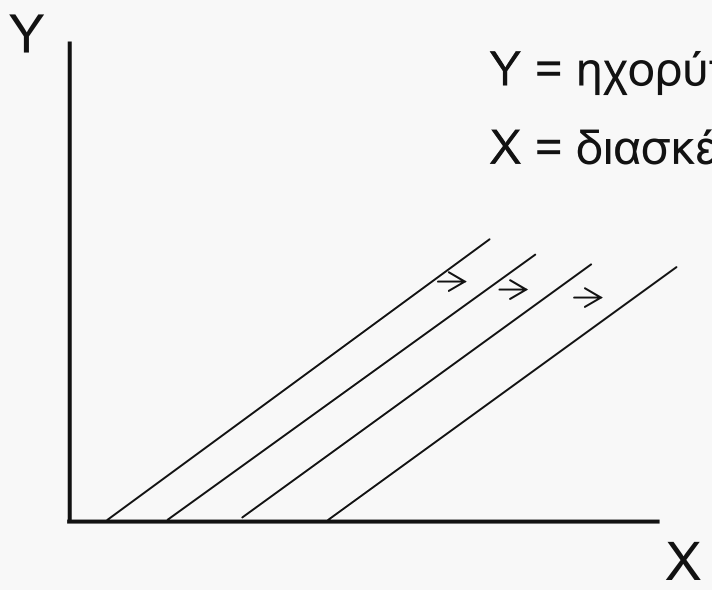
Δύο αγαθά είναι τέλεια συμπληρωματικά όταν καταναλώνονται πάντοτε μαζί σε σταθερές αναλογίες.



Ειδικές μορφές καμπυλών αδιαφορίας

Ανεπιθύμητα αγαθά

Ένα αγαθό το οποίο δεν αρέσει στον καταναλωτή.



Y = ηχορύπανση

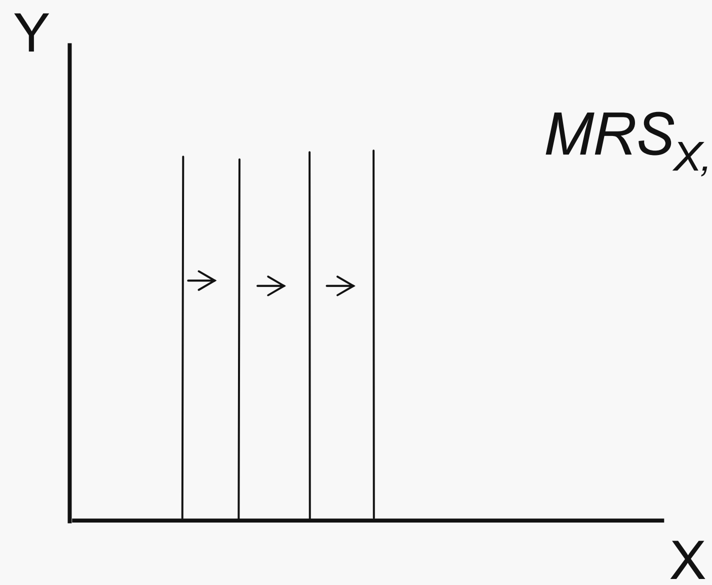
X = διασκέδαση

$MRS_{X,Y} > 0$

Ειδικές μορφές καμπυλών αδιαφορίας

Ουδέτερα αγαθά

Ένα αγαθό Υ για το οποίο δεν ενδιαφέρεται ο καταναλωτής.



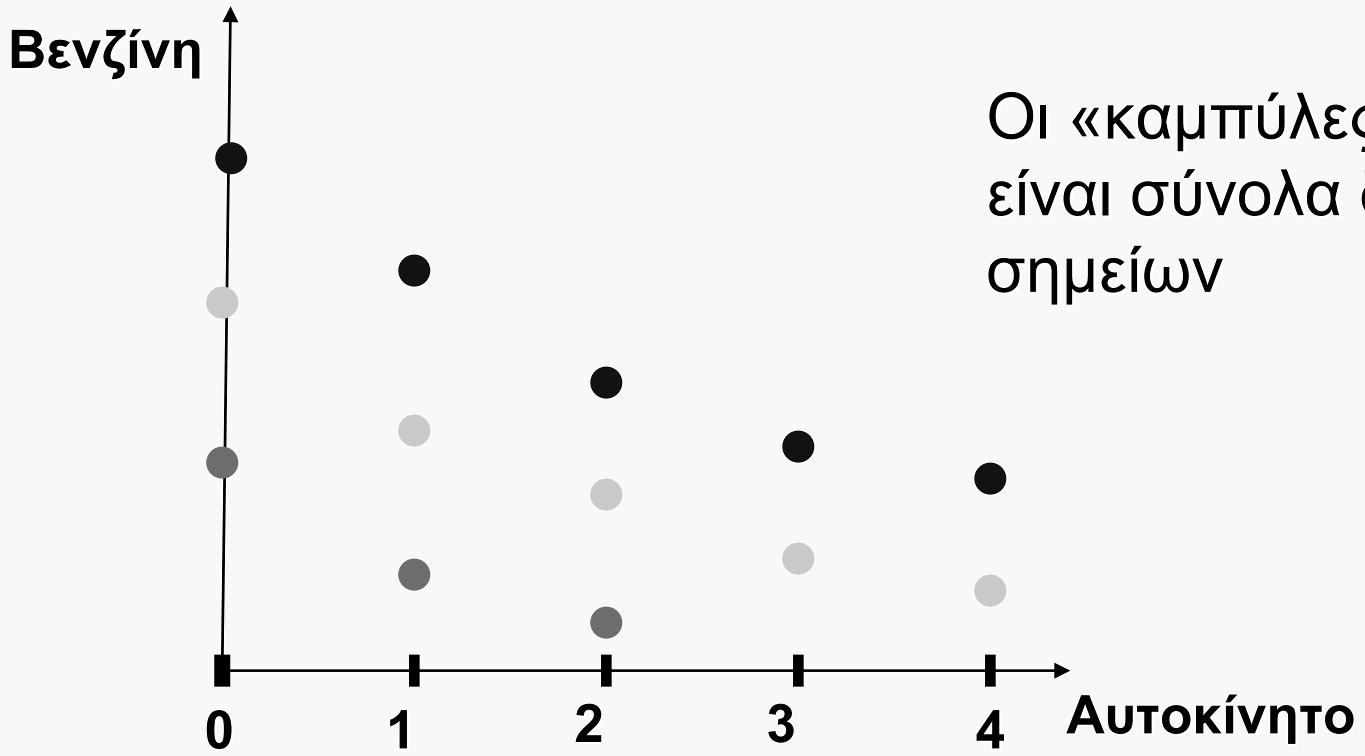
$MRS_{X,Y} = \infty$

Ειδικές μορφές καμπυλών αδιαφορίας

Διακριτά αγαθά

Ένα αγαθό είναι απείρως διαιρετό αν μπορεί να αποκτηθεί σε οποιαδήποτε δυνατή ποσότητα *π.χ.* το νερό ή το τυρί.

Ένα αγαθό είναι διακριτό αν είναι διαθέσιμο σε ακέραιες ποσότητες *π.χ.* αεροπλάνο, πλοία ή ψυγεία.

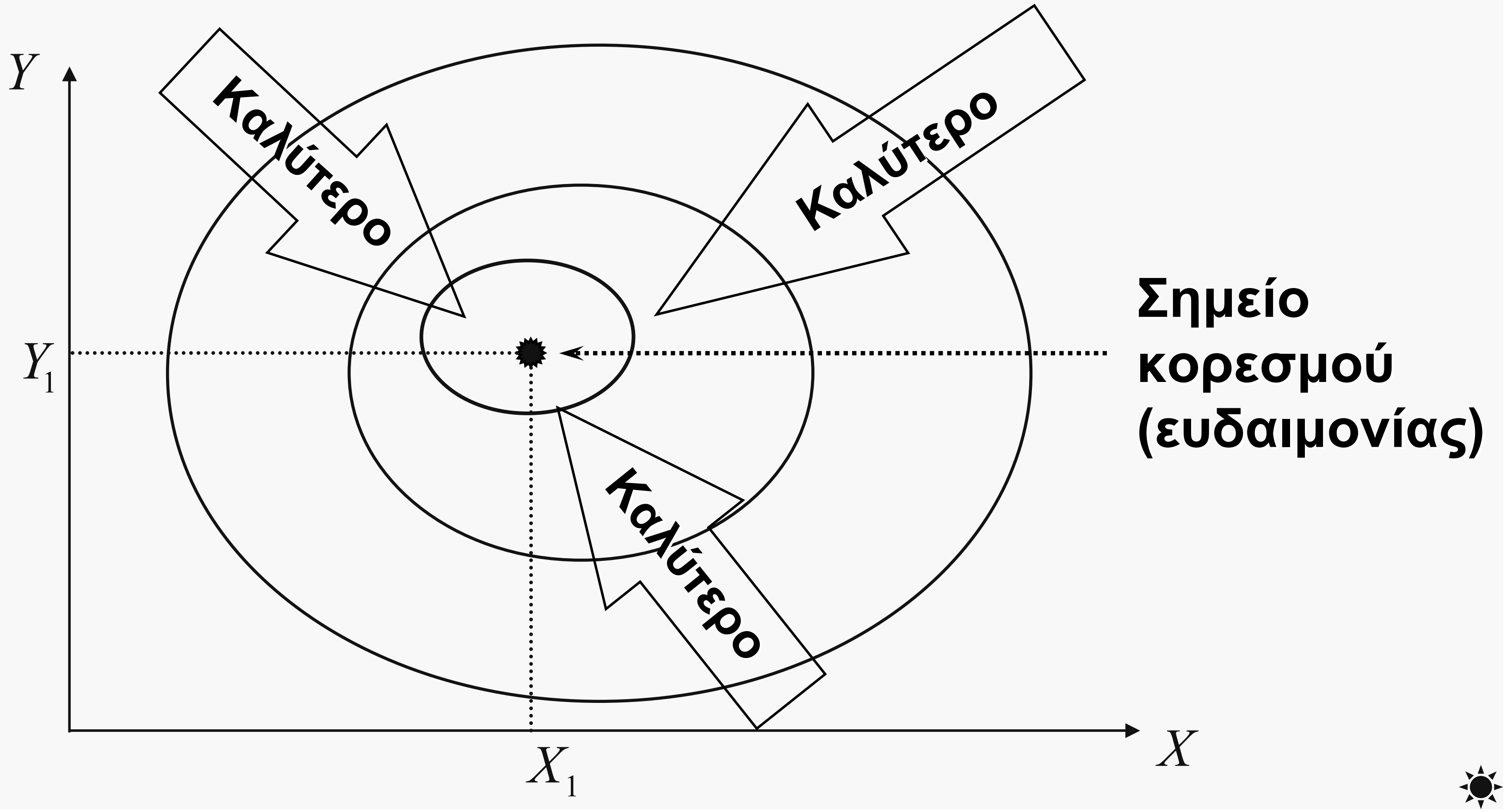


Οι «καμπύλες» αδιαφορίας είναι σύνολα διακριτών σημείων

Ειδικές μορφές καμπυλών αδιαφορίας

Κορεσμός

Υπάρχει ένας συνδυασμός αγαθών που για τον καταναλωτή είναι άριστος και προτιμάται έναντι οποιοδήποτε άλλου συνδυασμού. Όσο πλησιάζει το σημείο αυτό ευδαιμονίας ή κορεσμού τόσο βελτιώνει την θέση του.

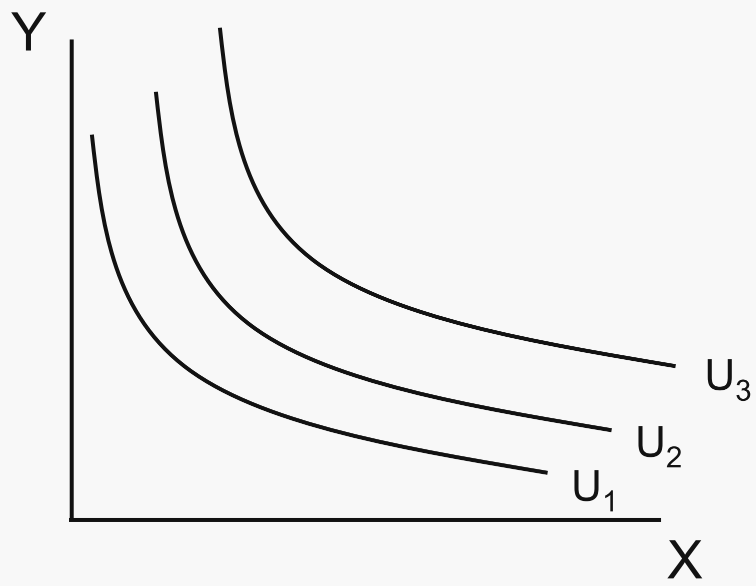


Η έννοια της τακτικής ωφέλειας

Μοναδικό εργαλείο ανάλυσης της συμπεριφοράς του καταναλωτή ο *χάρτης καμπυλών αδιαφορίας*

Μόνη απαραίτητη υπόθεση η *διάταξη των προτιμήσεων*

Το μέγεθος ωφελιμότητας που προκύπτει από μια δέσμη αγαθών *δεν είναι μετρήσιμο*



U_1 U_2 U_3 ***Δείκτες***

Προσδιορίζουν διάταξη

Οποιαδήποτε σειρά αριθμών που *διατηρεί την συγκεκριμένη διάταξη* μπορεί να αντιπροσωπεύει τον συγκεκριμένο χάρτη

Συνάρτηση ωφέλειας

Υπόθεση: Ο χάρτης καμπυλών αδιαφορίας μπορεί να παρασταθεί γραφικά από μια συνάρτηση

$$U = U\left(X_1, X_2, \ldots, X_n\right)$$

Στην περίπτωση 2 αγαθών

$$U = U\left(X, Y\right)$$

Μια συνάρτηση ωφέλειας είναι ένας τρόπος να δώσουμε έναν αριθμό σε κάθε δυνατό συνδυασμό κατανάλωσης, έτσι ώστε οι μεγαλύτεροι αριθμοί να αντιπροσωπεύουν προτιμότερους συνδυασμούς. Δηλαδή:

$$\left(X_A, Y_A\right) \succ \left(X_B, Y_B\right) \text{ αν και μόνο αν } U\left(X_A, Y_A\right) > U\left(X_B, Y_B\right)$$

$$\left(X_A, Y_A\right) \sim \left(X_B, Y_B\right) \text{ αν και μόνο αν } U\left(X_A, Y_A\right) = U\left(X_B, Y_B\right)$$

Συνάρτηση ωφέλειας

Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι πως η ωφέλεια κατατάσσει τους συνδυασμούς αγαθών. Το μέγεθος της διαφοράς στην ωφέλεια δεν μας ενδιαφέρει.

π.χ. αν $U(x_A,y_A) = 6$ και $U(x_B,y_B) = 2$, τότε, ο συνδυασμός (x_A,y_A) προτιμάται του (x_B,y_B), αλλά το (x_A,y_A) δεν προτιμάται τρεις φορές περισσότερο του (x_B,y_B).

Παράδειγμα

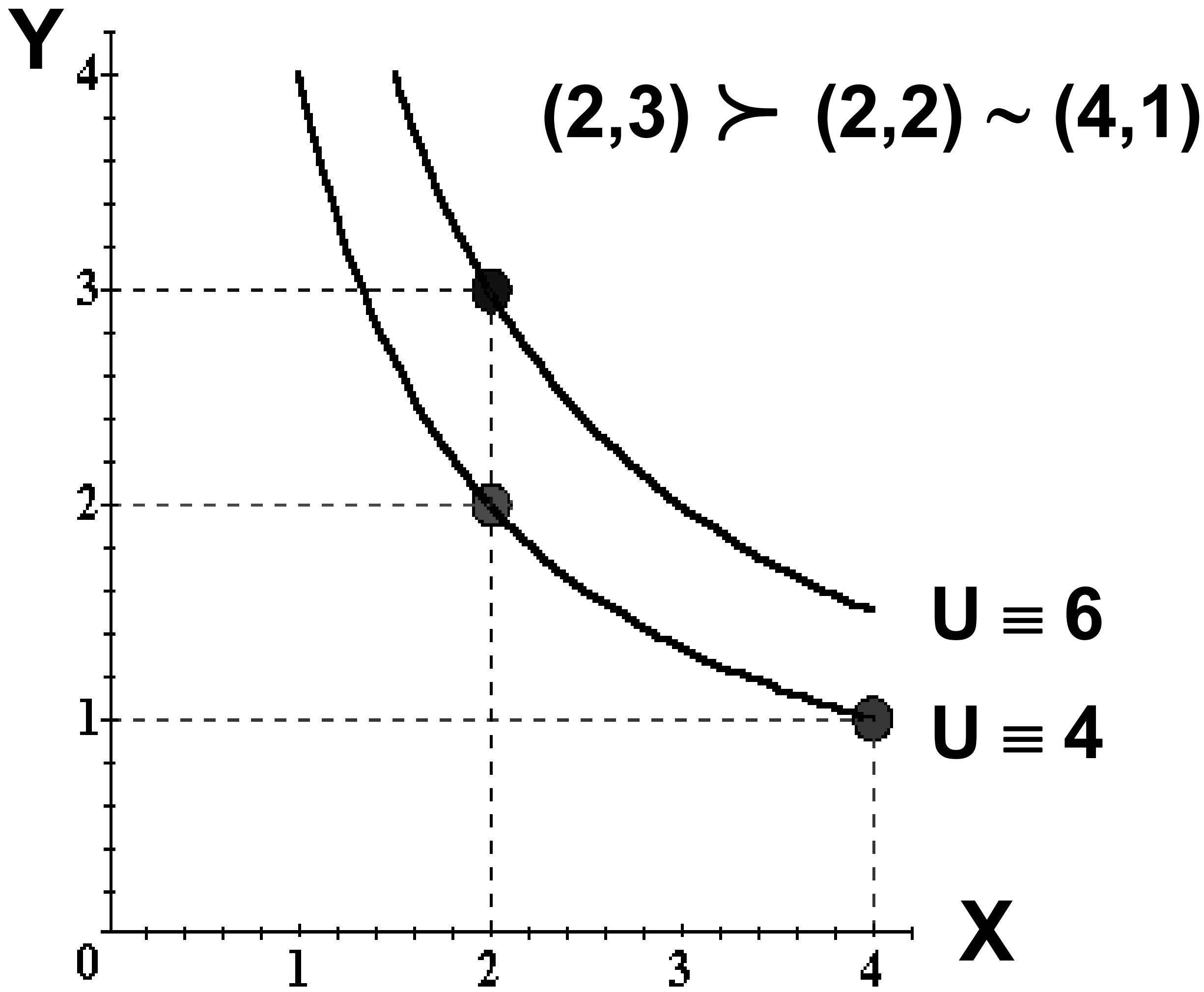
Έστω η συνάρτηση ωφέλειας $U = XY$

Υποθέστε ότι για τρεις συνδυασμούς Α, Β, Γ ισχύει:

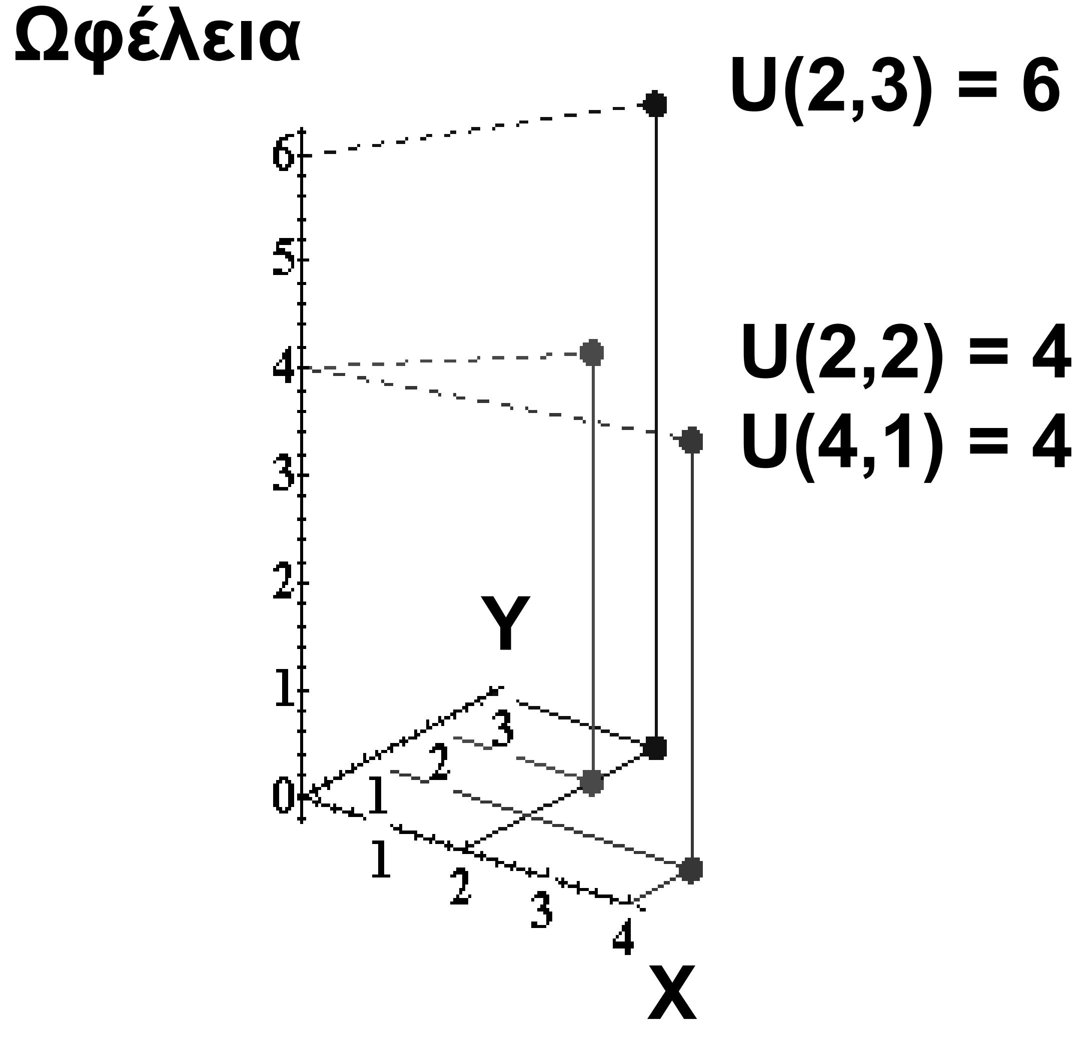
$$\left(2,3\right) \succ \left(4,1\right) \sim \left(2,2\right)$$

Τα επίπεδα ωφέλειας θα είναι $U\left(2,3\right) = 6 > U\left(4,1\right) = U\left(2,2\right) = 4$

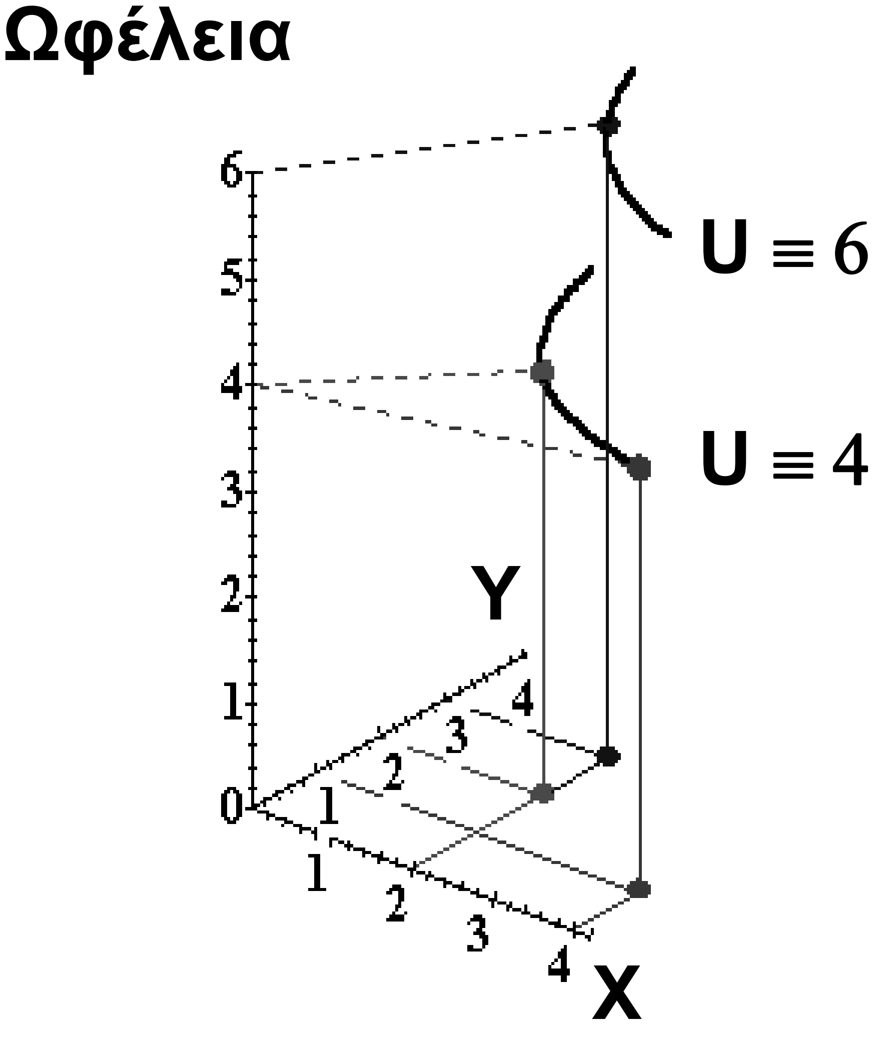
Παράδειγμα



Παράδειγμα: *Τρισδιάστατη αναπαράσταση*

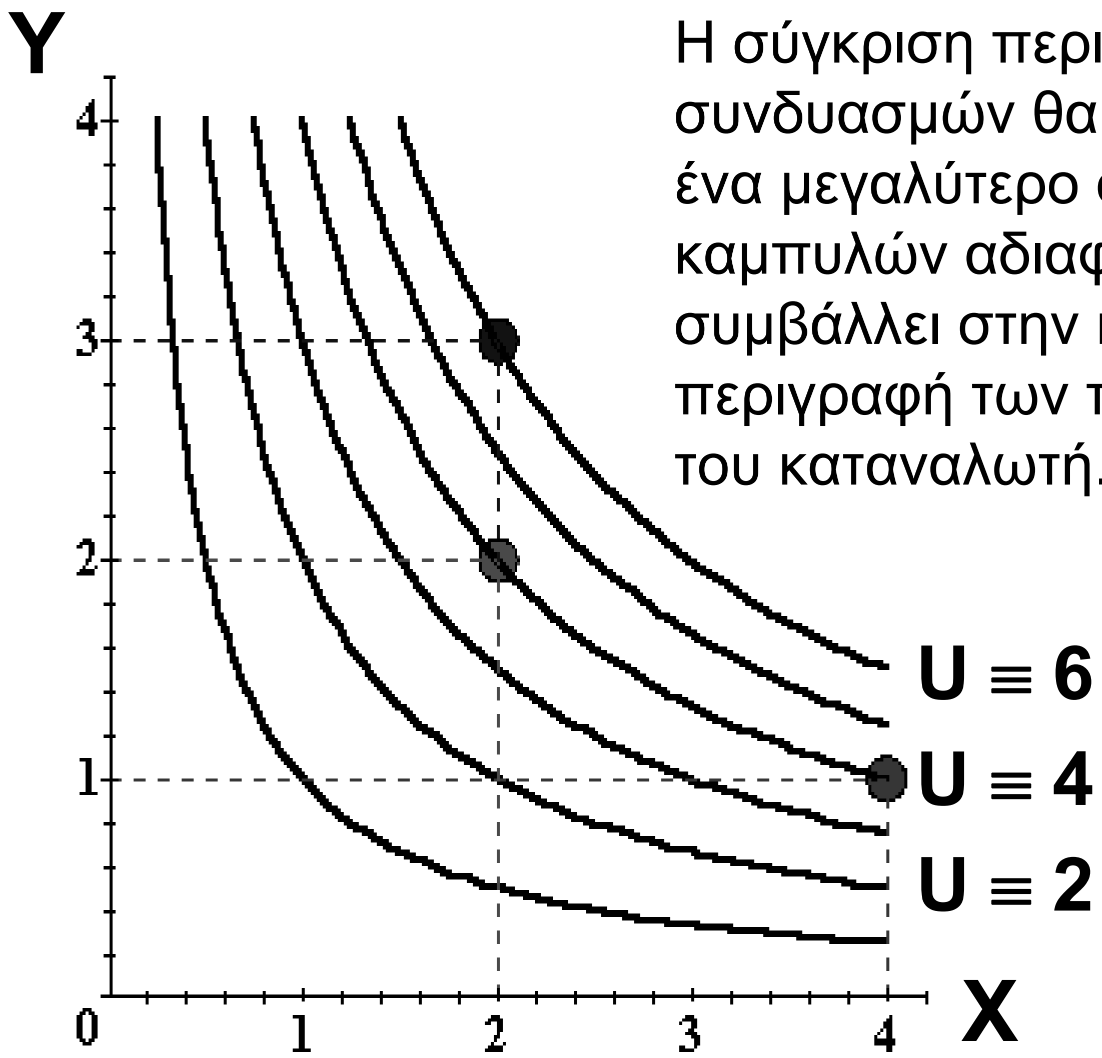


Παράδειγμα: *Τρισδιάστατη αναπαράσταση*



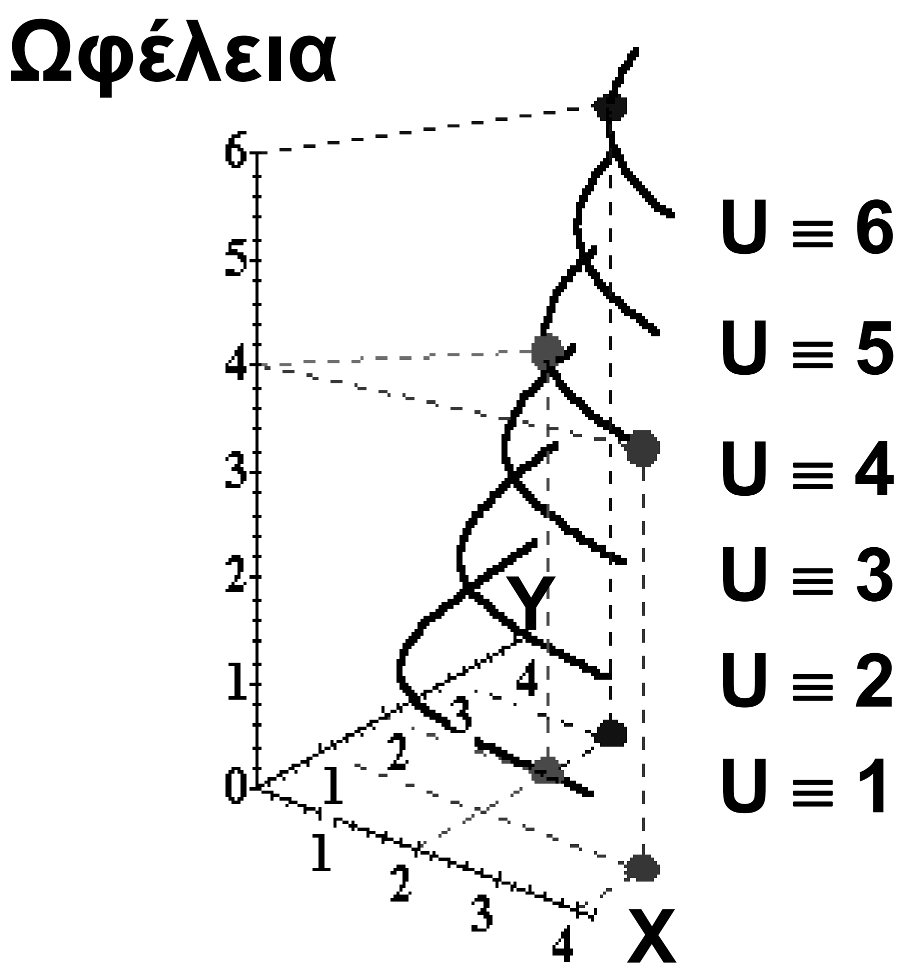
Οι ανώτερες καμπύλες περιλαμβάνουν προτιμώμενους συνδυασμούς.

Παράδειγμα



Η σύγκριση περισσότερων συνδυασμών θα δημιουργήσει ένα μεγαλύτερο σύνολο καμπυλών αδιαφορίας και θα συμβάλλει στην καλύτερη περιγραφή των προτιμήσεων του καταναλωτή.

Παράδειγμα: *Τρισδιάστατη απεικόνιση*

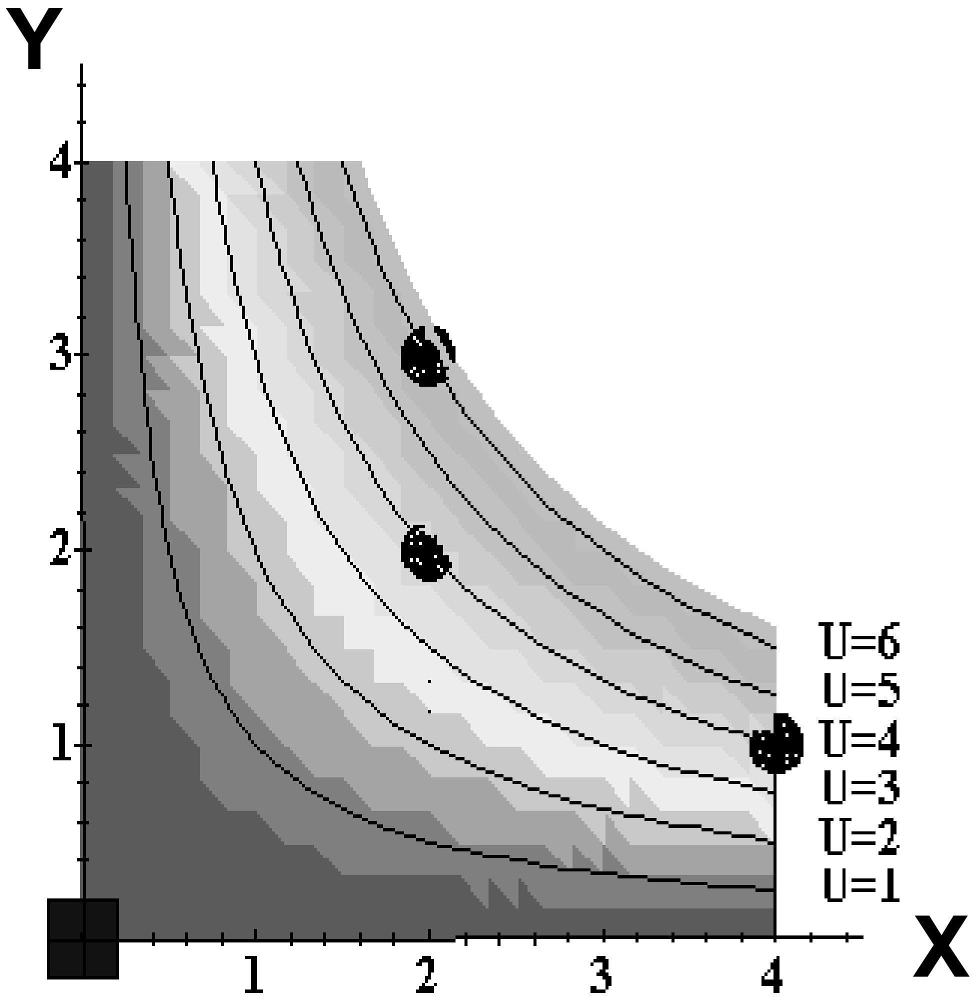


Παράδειγμα

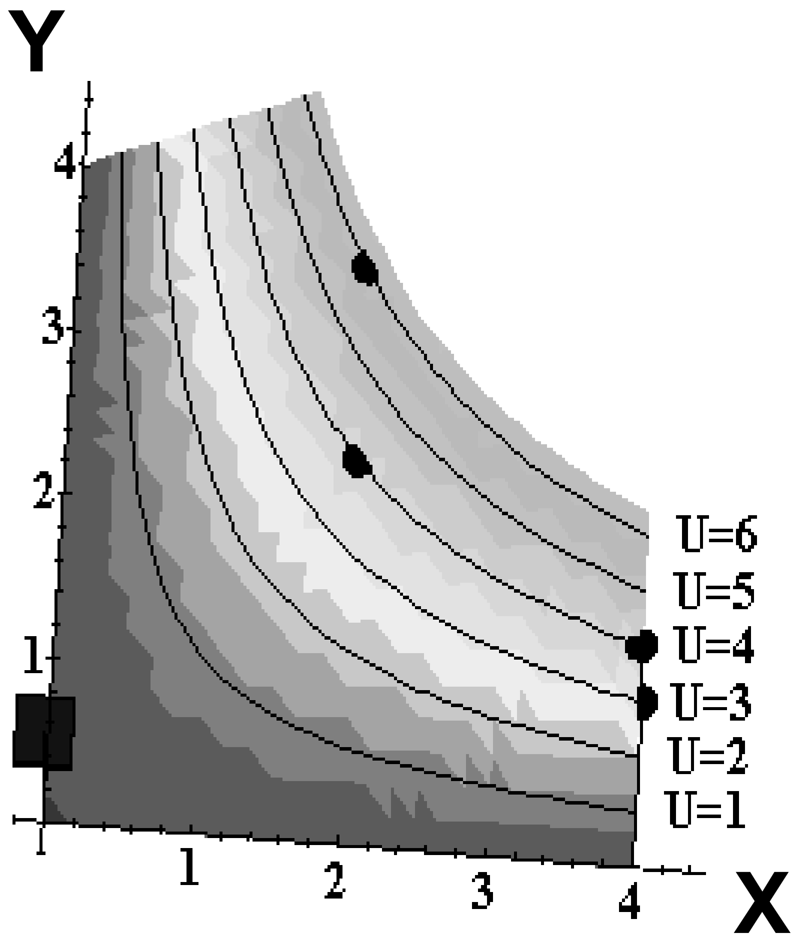
Η σύγκριση όλων των δυνατών συνδυασμών καταναλωτικών αγαθών δίνει το πλήρες σύνολο των καμπυλών αδιαφορίας του καταναλωτή, με το αποδιδόμενο στην κάθε μία επίπεδο ωφέλειας.

Το πλήρες αυτό σύνολο των καμπυλών αδιαφορίας αντιπροσωπεύει πλήρως τις προτιμήσεις του καταναλωτή.

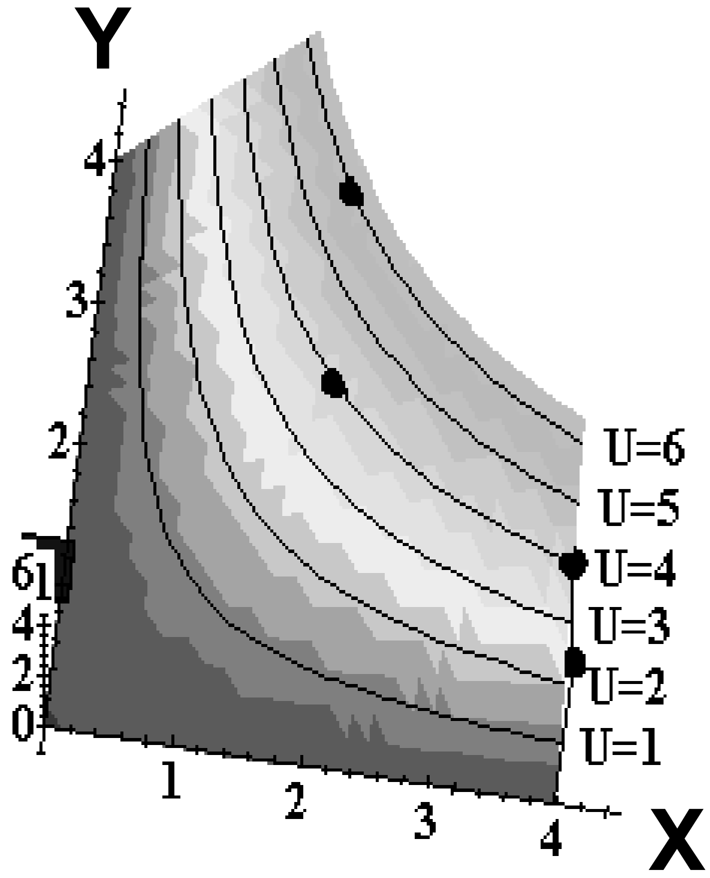
Παράδειγμα



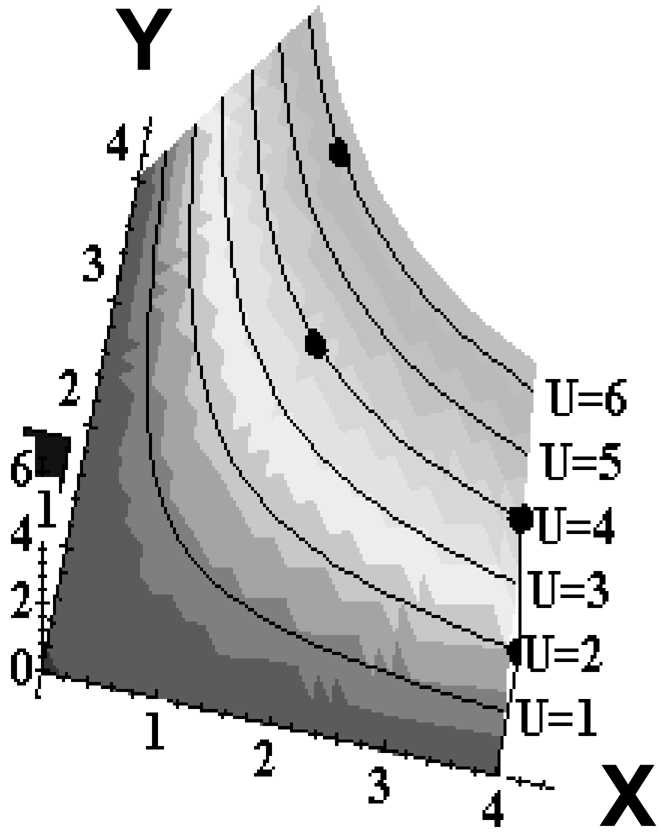
Παράδειγμα



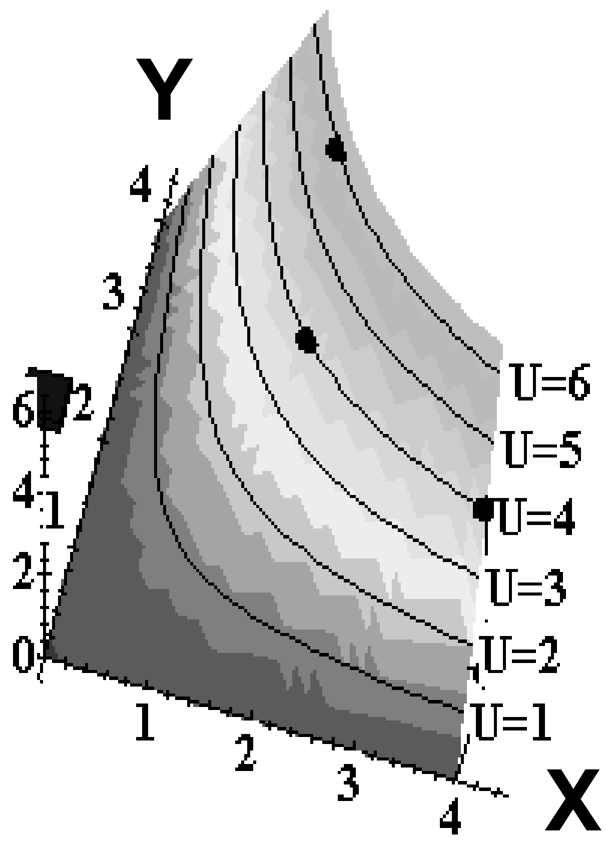
Παράδειγμα



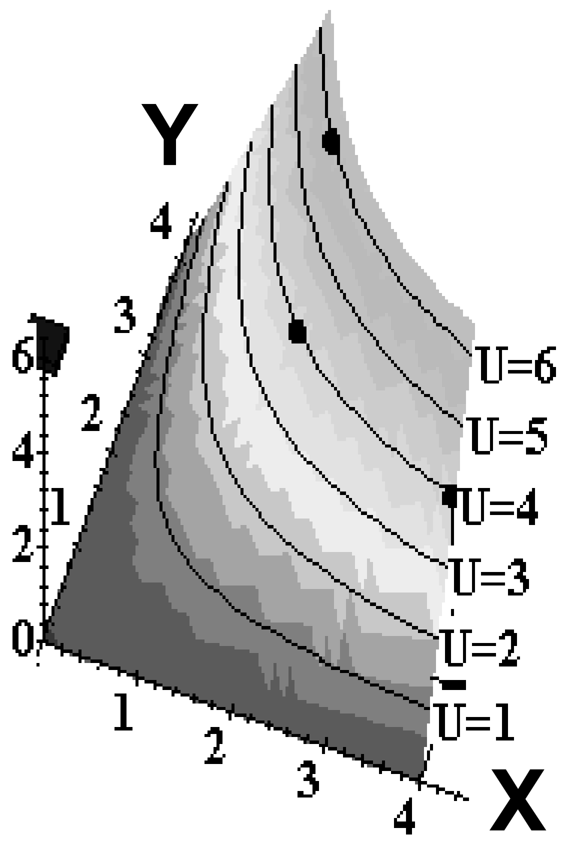
Παράδειγμα



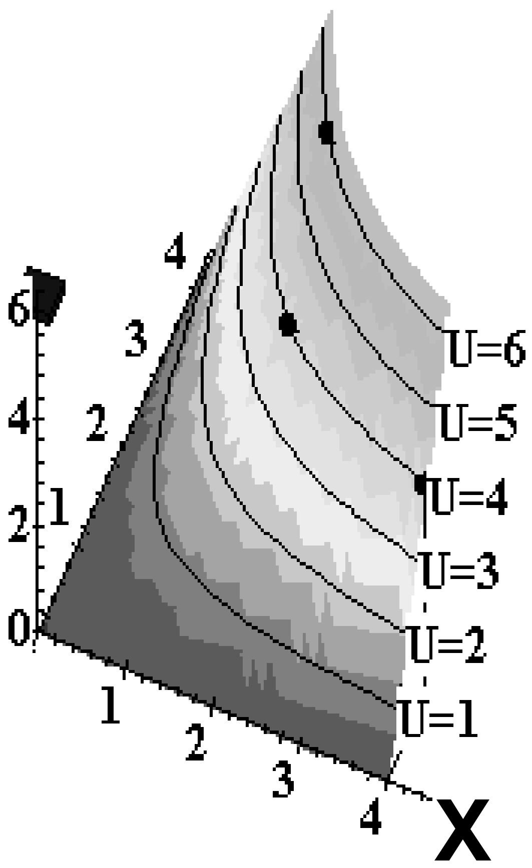
Παράδειγμα



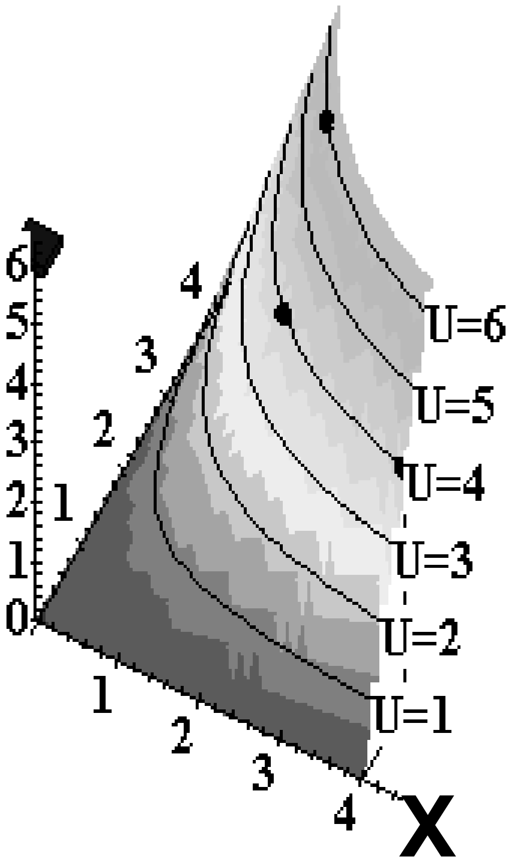
Παράδειγμα



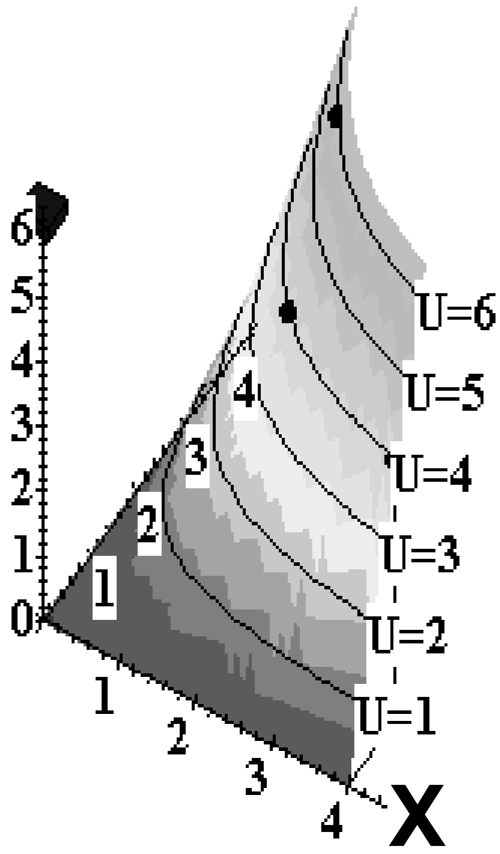
Παράδειγμα



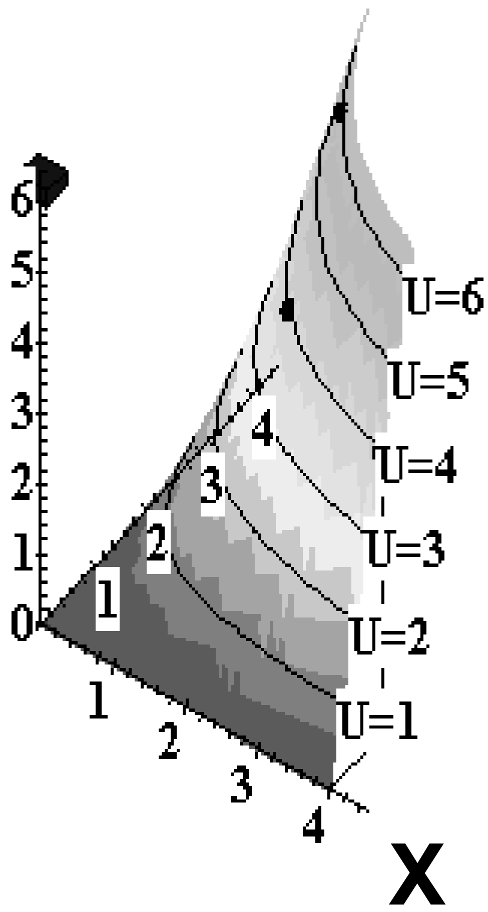
Παράδειγμα



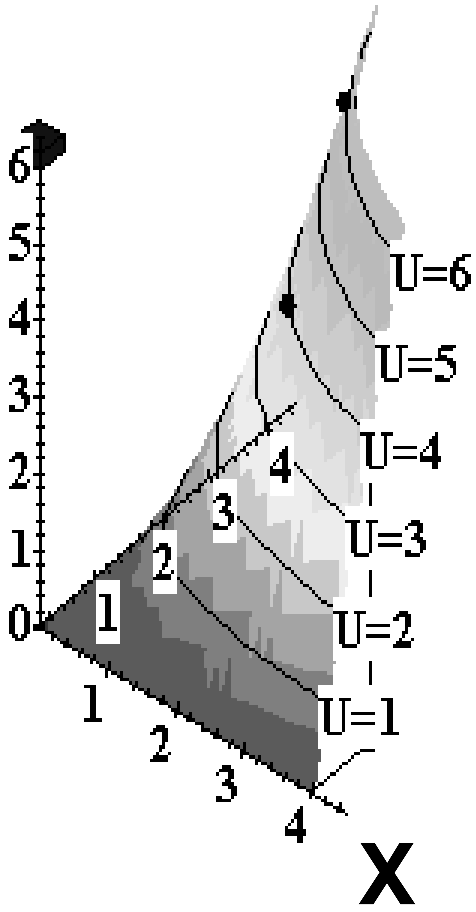
Παράδειγμα



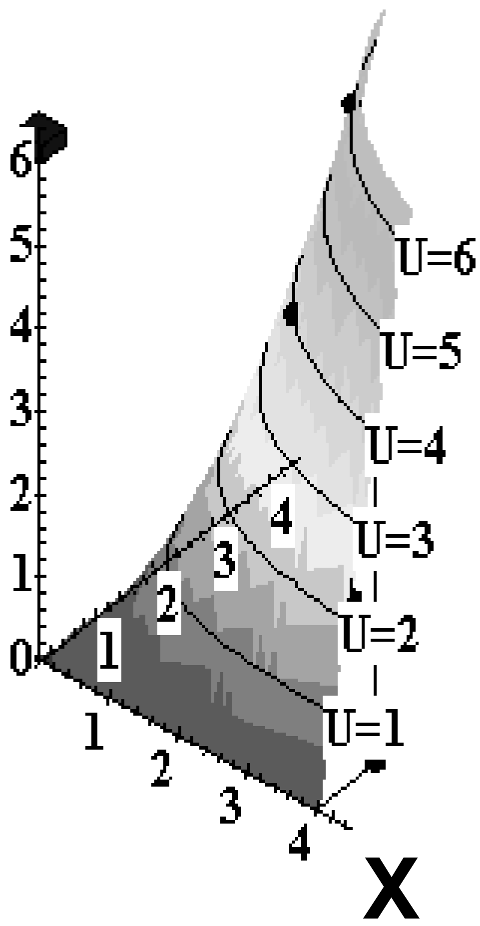
Παράδειγμα



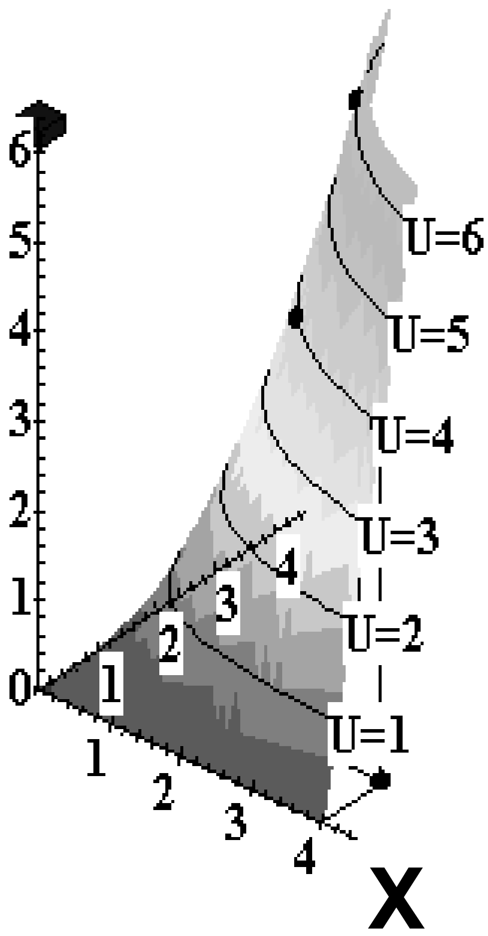
Παράδειγμα



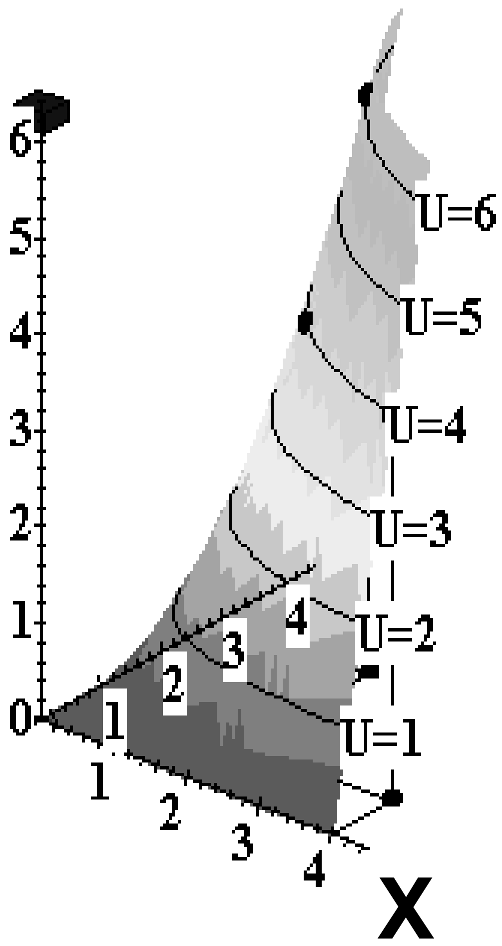
Παράδειγμα



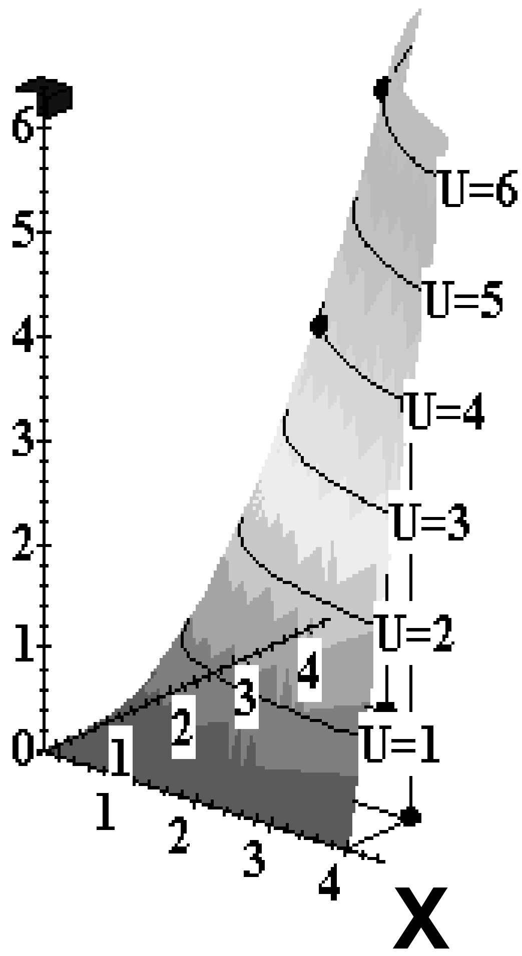
Παράδειγμα



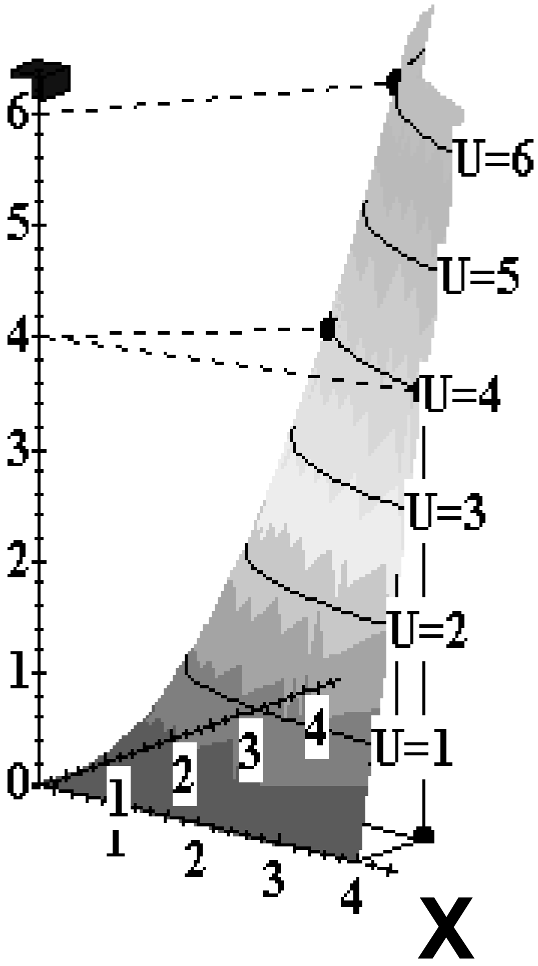
Παράδειγμα



Παράδειγμα



Παράδειγμα



Συνάρτηση ωφέλειας και καμπύλες αδιαφορίας

Το σύνολο όλων των καμπυλών αδιαφορίας για μια δεδομένη προτίμηση αποτελεί το χάρτη αδιαφορίας.

Ένας χάρτης αδιαφορίας είναι ισοδύναμος με μια συνάρτηση ωφέλειας. Το ένα αντιστοιχεί στο άλλο.

Ιδιότητες της Συνάρτησης Ωφέλειας

(1) Συνεπής προς την διάταξη προτιμήσεων

αν $\{X_1, Y_1\} \succ \{X_2, Y_2\} \Rightarrow U(X_1, Y_1) > U(X_2, Y_2)$

(2) Γνησίως αύξουσα

$$\frac{\partial U}{\partial X} = U_X > 0$$

(Ιδιότητα μη κορεσμού)

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = U_Y > 0$$

(3) Οιονεί κοίλη

Οι καμπύλες αδιαφορίας κυρτές προς την αρχή των αξόνων

(4) Συνεχής και διπλά παραγωγίσιμη

(5) Κάθε μονοτονικός μετασχηματισμός της συνάρτησης ωφέλειας αντιπροσωπεύει τις ίδιες προτιμήσεις του καταναλωτή

Μετασχηματισμός $\Longrightarrow$ Αντικατάσταση μιας σειράς αριθμών με μια άλλη

Μονοτονικός $\Longrightarrow$ Διατήρηση της διάταξης

Ένας μονοτονικός μετασχηματισμός παρίσταται με μια συνάρτηση $f(u)$ έτσι ώστε να ισχύει ο μετασχηματισμός $u_1 > u_2 \Rightarrow f(u_1) > f(u_2)$

π.χ. $f(u) = 2u,\quad f(u) = u + 22,\quad f(u) = u^5$

Μια μονοτονική συνάρτηση έχει θετικό ρυθμό μεταβολής δηλ. θετική κλίση.

$$\frac{df}{du} > 0$$

(5) Κάθε μονοτονικός μετασχηματισμός της συνάρτησης ωφέλειας αντιπροσωπεύει τις ίδιες προτιμήσεις του καταναλωτή

$$\left(X_A, Y_A\right) \succ \left(X_B, Y_B\right) \text{ αν και μόνο αν } U\left(X_A, Y_A\right) > U\left(X_B, Y_B\right)$$

Εφόσον *f(U)* μονοτονικός μετασχηματισμός της U, τότε εάν:

$$U\left(X_A, Y_A\right) > U\left(X_B, Y_B\right) \Rightarrow f\left(U\left(X_A, Y_A\right)\right) > f\left(U\left(X_B, Y_B\right)\right)$$

Αφού όμως: $\left(X_A, Y_A\right) \succ \left(X_B, Y_B\right)$ και $f\left(U\left(X_A, Y_A\right)\right) > f\left(U\left(X_B, Y_B\right)\right)$

Έπεται ότι η συνάρτηση *f(U)* απεικονίζει τις προτιμήσεις κατά τον ίδιο τρόπο όπως και η αρχική συνάρτηση ωφέλειας U.

Περισσότερες από μια συναρτήσεις αντιπροσωπεύουν τις προτιμήσεις του καταναλωτή

Ο Ο.Λ.Υ. είναι ανεξάρτητος από την συνάρτηση που επιλέγεται

Εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού του MRS

$$dU = \frac{\partial U}{\partial X} dX + \frac{\partial U}{\partial Y} dY$$

Όταν U=U⁰

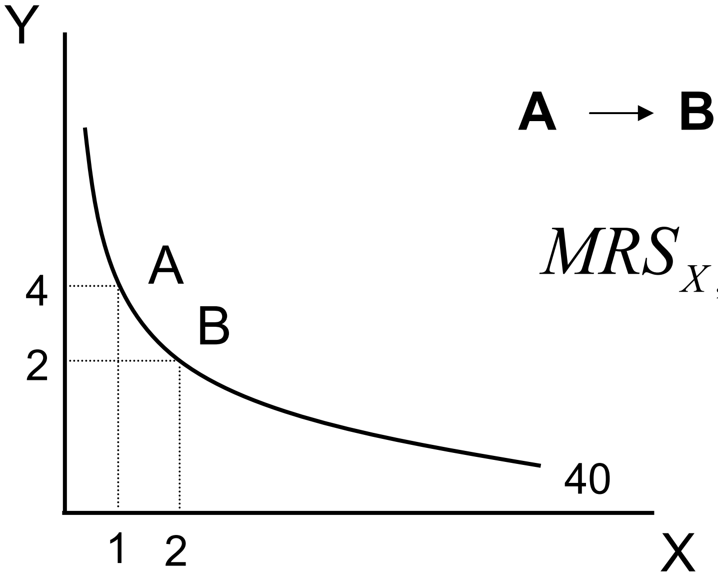
$$0 = \frac{\partial U}{\partial X} dX + \frac{\partial U}{\partial Y} dY$$

$$\frac{dY}{dX} = -\frac{\partial U / \partial X}{\partial U / \partial Y}$$

$$MRS_{X,Y} = -\frac{\partial U / \partial X}{\partial U / \partial Y}$$

Παράδειγμα

$$U = 10XY$$



A ⟶ **B**

$$MRS_{X,Y} = \left.\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right|_{U^0} = \left.\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right|_{U=40} = \frac{-2}{1} = -2$$

Από το σημείο Α στο Β ο καταναλωτής είναι διατεθειμένος να προσφέρει κατά ***μέσο όρο*** 2 μονάδες Υ για κάθε 1 μονάδα Χ.

Παράδειγμα

(συνέχεια)

$$U = 10XY \Rightarrow Y = \frac{4}{X}$$

$$MRS_{X,Y} = \left.\frac{dY}{dX}\right|_{U^0} = \left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=40}$$

$$MRS_{X,Y} = -\frac{4}{X^2} \begin{cases} \text{A} \longrightarrow MRS_{X,Y} = -\frac{4}{1^2} = -4 \\ \text{B} \longrightarrow MRS_{X,Y} = -\frac{4}{2^2} = -1 \end{cases}$$

Παράδειγμα

Συνάρτηση $U = 10XY$

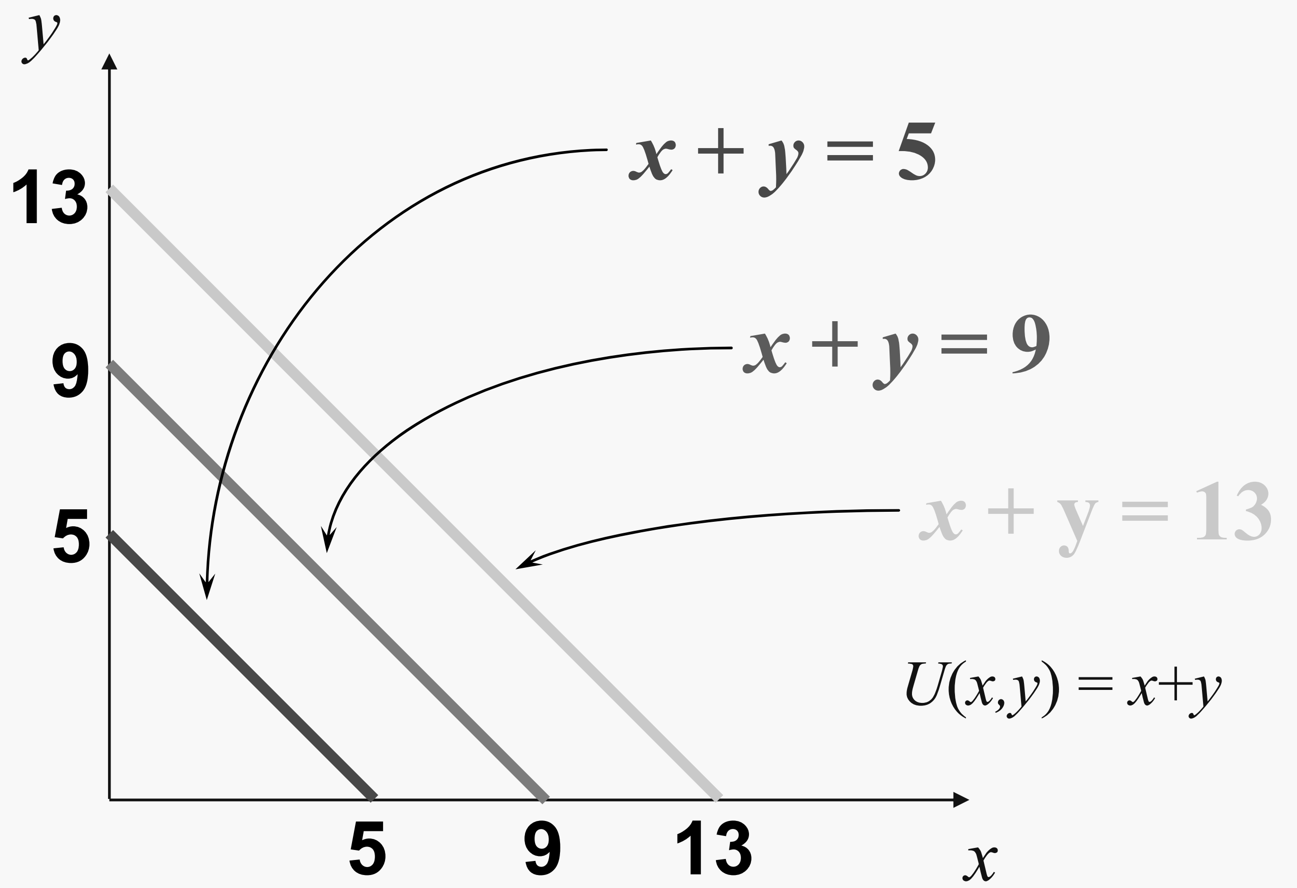
Μονοτονικός Μετασχηματισμός $V = U + U^2 = 10XY + 100X^2Y^2$

$$MRS_{X,Y} = -\frac{\partial U / \partial X}{\partial U / \partial Y} = -\frac{10Y}{10X} = -\frac{Y}{X}$$

$$MRS_{X,Y} = -\frac{\partial V / \partial X}{\partial V / \partial Y} = -\frac{10Y + 200XY^2}{10X + 200X^2Y} = -\frac{Y}{X}$$

Παραδείγματα συναρτήσεων ωφέλειας

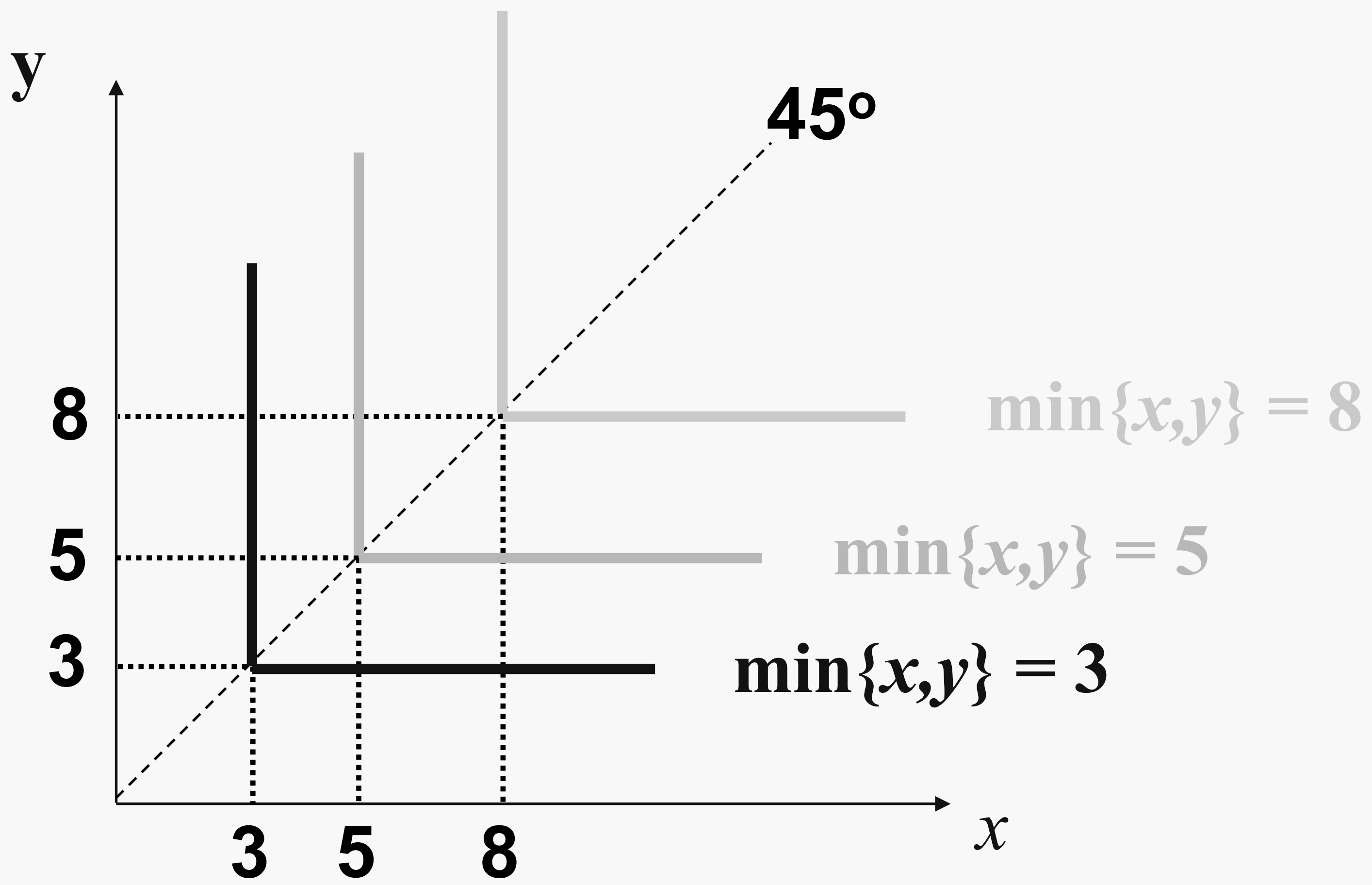
Τέλεια υποκατάστατα: $U(x,y) = ax+by$



Η κλίση της γραμμής $-a/b$ δίνει την αναλογία υποκατάστασης μεταξύ των αγαθών.

Παραδείγματα συναρτήσεων ωφέλειας

Τέλεια συμπληρωματικά: $U\{x,y\} = min\{x,y\}$

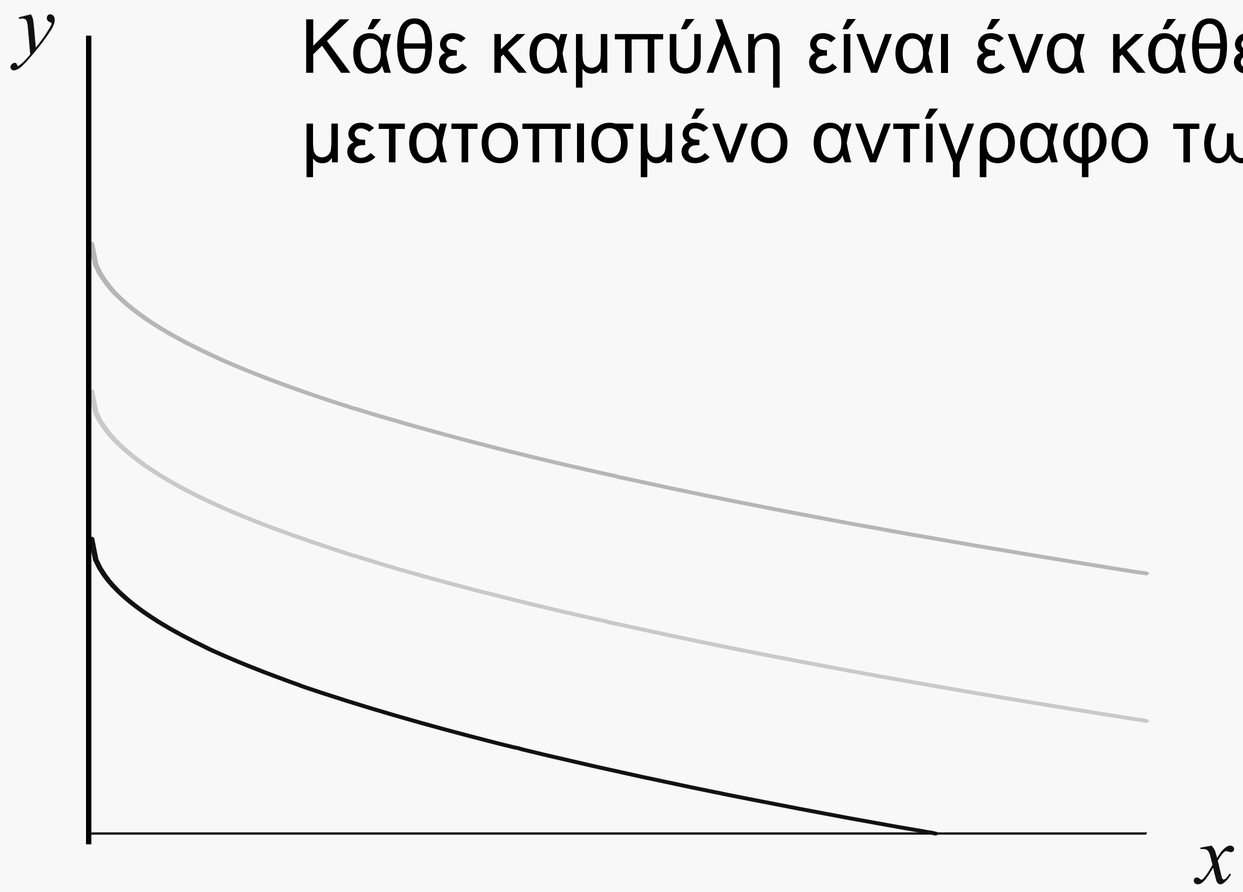


Όλες είναι ορθογώνιες με κατακόρυφες σε μια ακτίνα από την αρχή.

Παραδείγματα συναρτήσεων ωφέλειας

Οιωνεί γραμμικές προτιμήσεις: $U(x,y) = V(x)+y$

Κάθε καμπύλη είναι ένα κάθετα μετατοπισμένο αντίγραφο των άλλων.



Παραδείγματα συναρτήσεων ωφέλειας

Προτιμήσεις Cobb-Douglas: $U(x,y) = x^a y^b \quad a>0, b>0$

Όλες οι καμπύλες είναι υπερβολές, ασύμπτωτες με τον άξονα, αλλά ποτέ εφαπτόμενες με αυτόν.

Οριακή ωφέλεια

Η οριακή ωφέλεια του αγαθού i είναι ο λόγος της αλλαγής της συνολικής ωφέλειας καθώς αλλάζει η ποσότητα του καταναλωθέντος αγαθού i :

$$MU_i = \frac{\partial U}{\partial x_i}$$

π.χ. αν $U(x,y) = x^{1/2} y^2$

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x_i} = \frac{1}{2} x^{-1/2} y^2$$

$$MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 2x^{1/2} y$$

Το μέγεθος της οριακής ωφέλειας εξαρτάται από το μέγεθος της ωφέλειας επομένως δεν παραμένει σταθερό σε μονοτονικούς μετασχηματισμούς της συνάρτησης χρησιμότητας.

Οριακή ωφέλεια και οριακός λόγος υποκατάστασης

Έστω μια καμπύλη αδιαφορίας με συνάρτηση ωφέλειας $\mathrm{U}(x,y) = k$ όπου k μια σταθερά. Με ολική διαφοροποίηση της ταυτότητας έχουμε:

$$\frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{\partial U / \partial x}{\partial U / \partial y} \Rightarrow MRS_{x,y} = -\frac{MU_x}{MU_y}$$

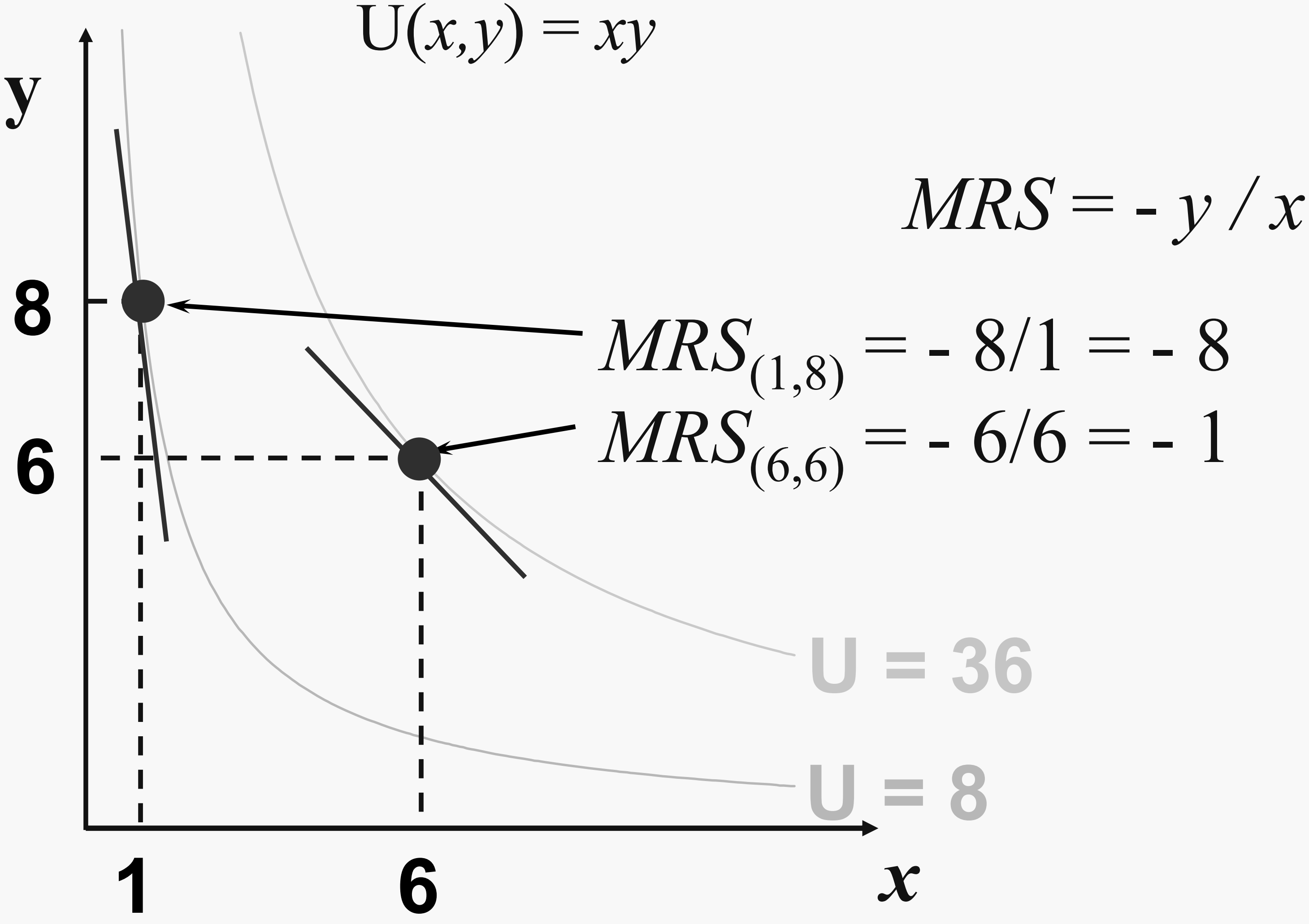
Ο λόγος των οριακών ωφελειών είναι ανεξάρτητος από τον μονοτονικό μετασχηματισμό της συνάρτησης ωφέλειας που επιλέγεται να χρησιμοποιηθεί.

π.χ. αν $\mathrm{U}(x,y) = xy$

$$MU_x = y \qquad MU_y = x \quad \Rightarrow MRS_{x,y} = -\frac{y}{x}$$

Οριακή ωφέλεια και οριακός λόγος υποκατάστασης

Παράδειγμα:



Σύγχρονη θεωρία της ζήτησης

Με ποιον τρόπο η θεωρία των καμπυλών αδιαφορίας μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην ανάλυση και περιγραφή της ***ζήτησης του καταναλωτή*** για ένα συγκεκριμένο αγαθό

Στόχος του καταναλωτή

Μεγιστοποίηση της ωφέλειας

Τοποθέτηση σε όσο το δυνατό υψηλότερη καμπύλη αδιαφορίας

Περιορισμοί

Εισόδημα

Τιμές

Το βασικό πρόβλημα

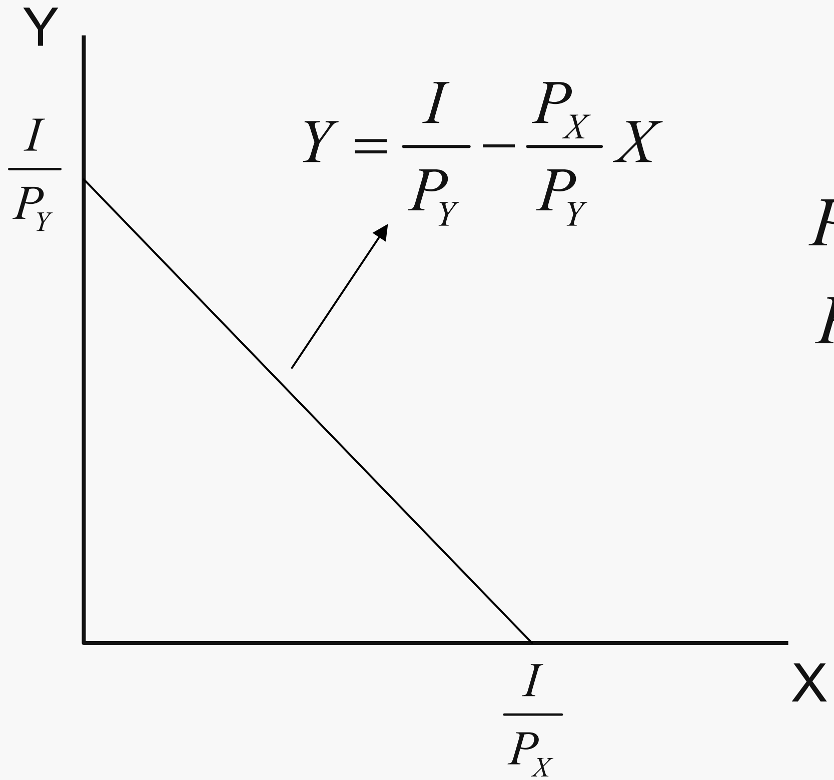
Μεγιστοποίηση της ωφέλειας του καταναλωτή κάτω από τον περιορισμό του εισοδήματός του και των τιμών των αγαθών (που δεν μπορεί να επηρεάσει)

Η λύση

Το σημείο ισορροπίας του καταναλωτή:
Ποια αγαθά και σε ποιες ποσότητες

Η Γραμμή Καταναλωτικών Δυνατοτήτων (ή εισοδηματικός περιορισμός)

Γραφική απεικόνιση των περιορισμών που αντιμετωπίζει ο καταναλωτής:
Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που αντιπροσωπεύουν δέσμες αγαθών για την αγορά των οποίων ο καταναλωτής πρέπει να δαπανήσει ολόκληρο το εισόδημά του



P_X =Τιμή του X

P_Y =Τιμή του Y

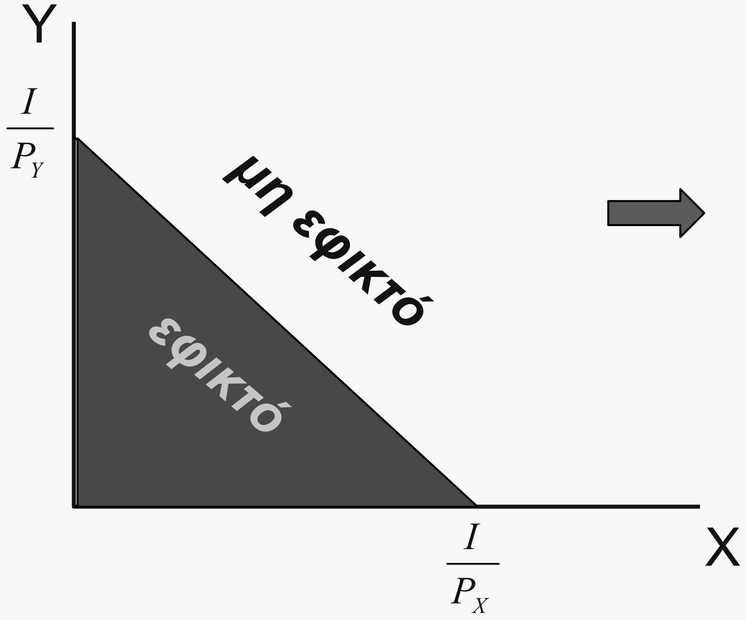
I =Εισόδημα

$$I = P_X X + P_Y Y$$

Ιδιότητες της Γραμμής Καταναλωτικών Δυνατοτήτων

(1) Κάθε σημείο της ΓΚΔ ικανοποιεί την ισότητα $I = P_X X + P_Y Y$

(2) Διαιρεί τον χώρο των αγαθών σε ***εφικτό*** και ***μη εφικτό*** σύνολο



Περιγράφει τον Θεμελιώδη Νόμο της Ανεπάρκειας όπως γίνεται αντιληπτός από τον καταναλωτή

(3) Για την κατασκευή της ΓΚΔ αρκεί να γνωρίζουμε

$\frac{I}{P_X}$ Το εισόδημα του καταναλωτή σε όρους αγαθού X

$\frac{I}{P_Y}$ Το εισόδημα του καταναλωτή σε όρους αγαθού Y

(4) Απόλυτη κλίση της ΓΚΔ $\frac{I/P_Y}{I/P_X} = \frac{P_X}{P_Y}$

$\frac{P_X}{P_Y}$ Πόσες μονάδες Y μπορεί ο καταναλωτής να ανταλλάξει με μια μονάδα X στην αγορά.

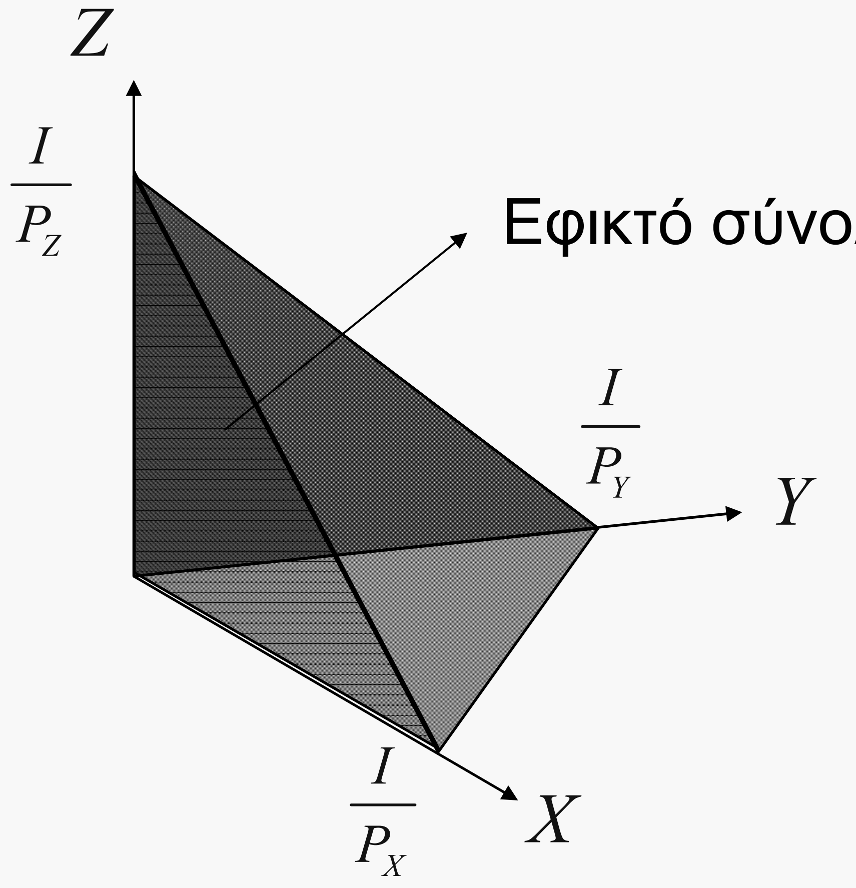
Όροι ανταλλαγής που επιβάλει η αγορά

(5) Μεταβολή στο εισόδημα $\Rightarrow$ Χάρτης ΓΚΔ

Γραμμή καταναλωτικών δυνατοτήτων για 3 αγαθά

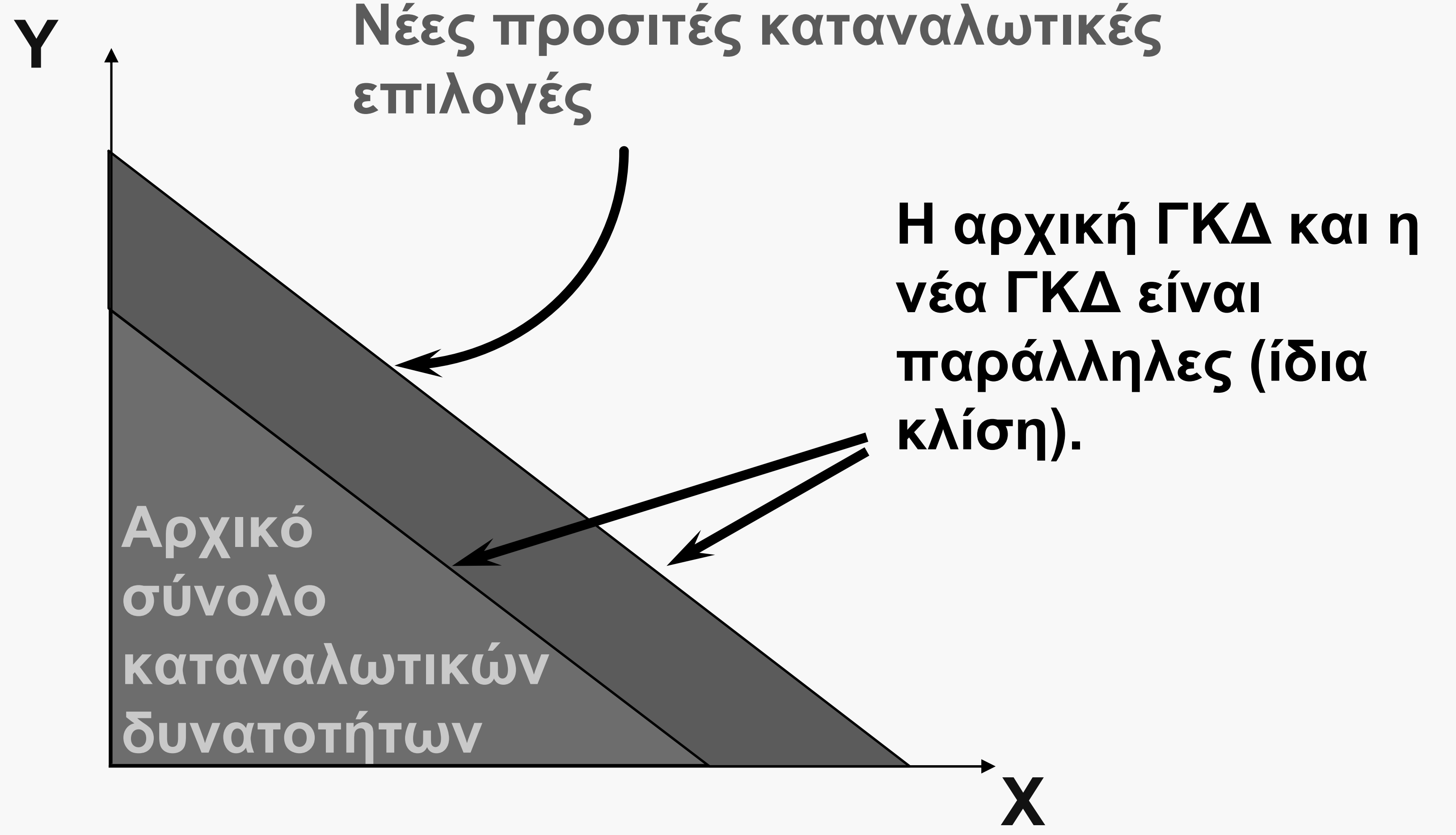
Για 3 αγαθά ο εισοδηματικός περιορισμός είναι:

$$I = P_X X + P_Y Y + P_Z Z$$



Μεταβολές της γραμμής καταναλωτικών δυνατοτήτων

Αύξηση εισοδήματος:



Μεταβολές της γραμμής καταναλωτικών δυνατοτήτων

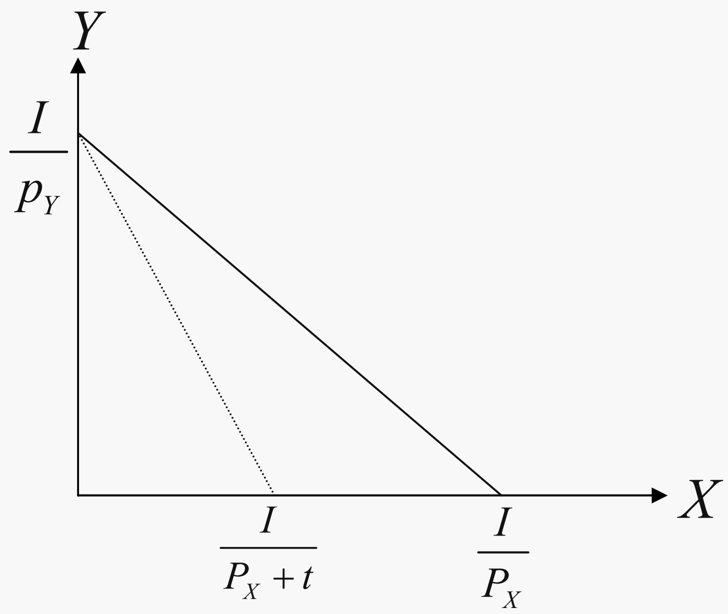
Μείωση της τιμής p_X σε p_X':

Φόροι, επιδοτήσεις και επιβολή δελτίου στην ΓΚΔ

Φόρος επί της ποσότητας: Ο καταναλωτής πληρώνει ποσό t για κάθε μονάδα αγαθού που αγοράζει.

$$\left(P_X + t\right)X + P_Y Y = I$$

Ισοδύναμο με αύξηση της τιμής του αγαθού.



Φόροι, επιδοτήσεις και επιβολή δελτίου στην ΓΚΔ

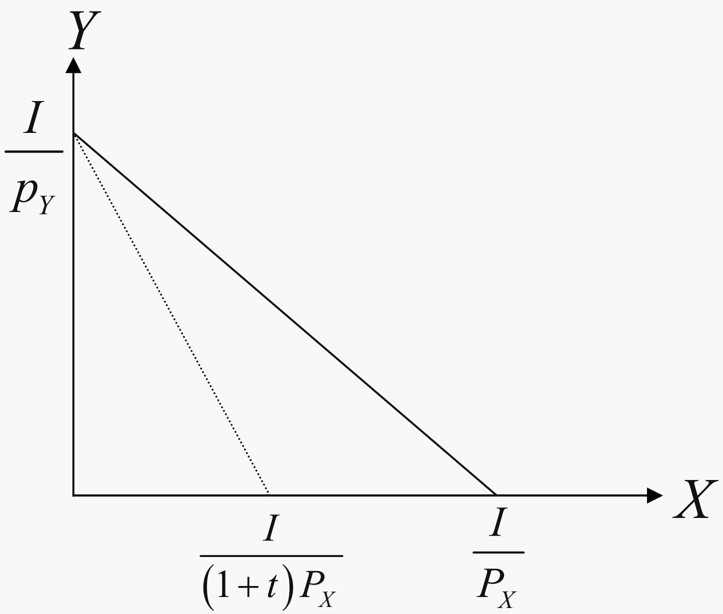
Φόρος επί της αξίας: Ο καταναλωτής πληρώνει ένα ποσοστό επί τοις εκατό *t* για την αξία των προϊόντων που αγοράζει.

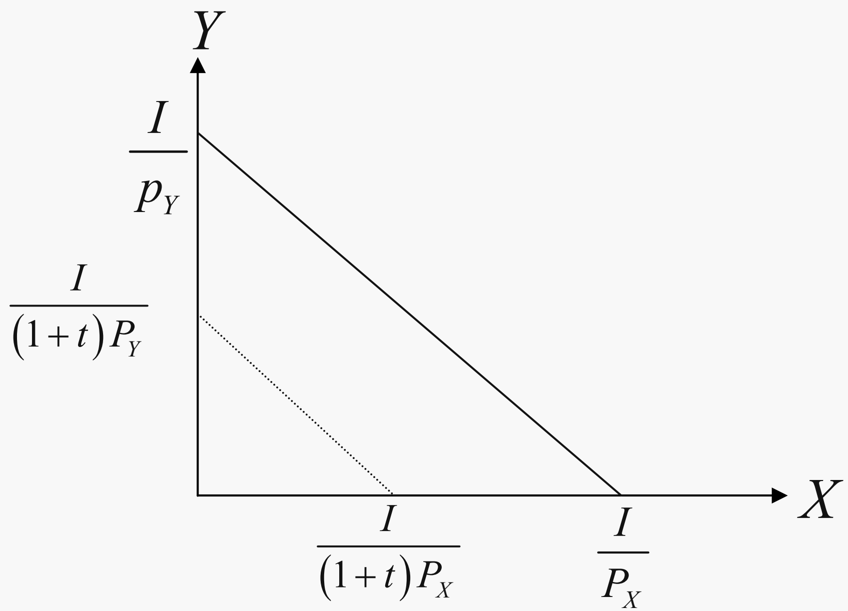
$$\left(1+t\right)P_X X + P_Y Y = I$$

Ισοδύναμο με αύξηση της τιμής του αγαθού.

Αν είναι ενιαίος φόρος (σε όλα τα αγαθά) τότε:

$$\left(1+t\right)P_X X + \left(1+t\right)P_Y Y = I \quad \Rightarrow P_X X + P_Y Y = \frac{I}{1+t}$$





Φόροι, επιδοτήσεις και επιβολή δελτίου στην ΓΚΔ

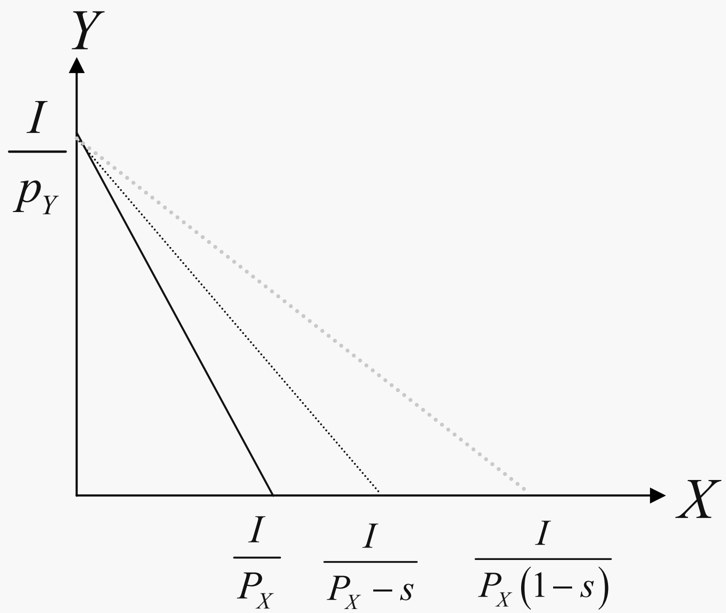
Επιδότηση επί της ποσότητας: Ο καταναλωτής επιδοτείται με ένα ποσό *s* ανά μονάδα προϊόντος που αγοράζει.

$$\left(P_X - s\right)X + P_Y Y = I$$

Ισοδύναμο με μείωση της τιμής του αγαθού.

Επιδότηση επί της αξίας: $\left(1-s\right)P_X X + P_Y Y = I$

Ισοδύναμο με μείωση της τιμής του αγαθού.

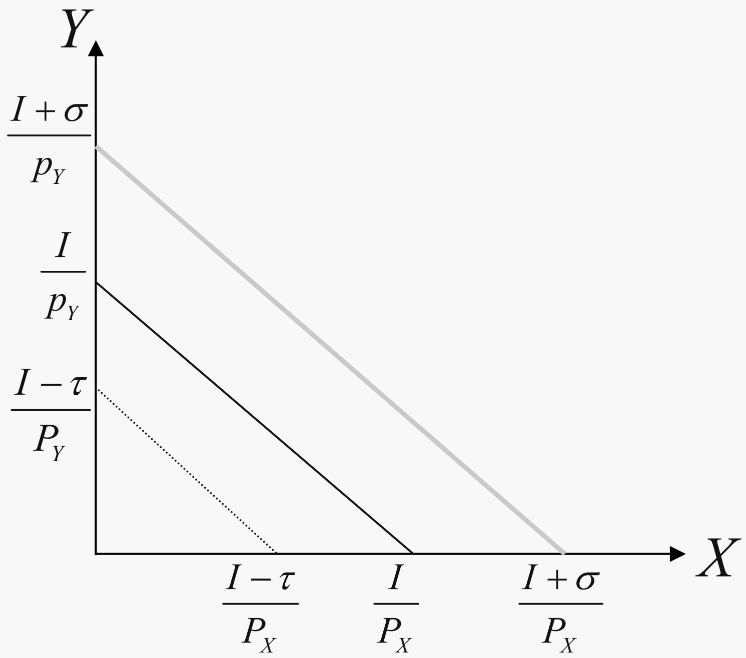


Φόροι, επιδοτήσεις και επιβολή δελτίου στην ΓΚΔ

Εφάπαξ σταθερού ποσού φόρος: Το κράτος αφαιρεί ένα σταθερό χρηματικό ποσό *τ* από το εισόδημα.

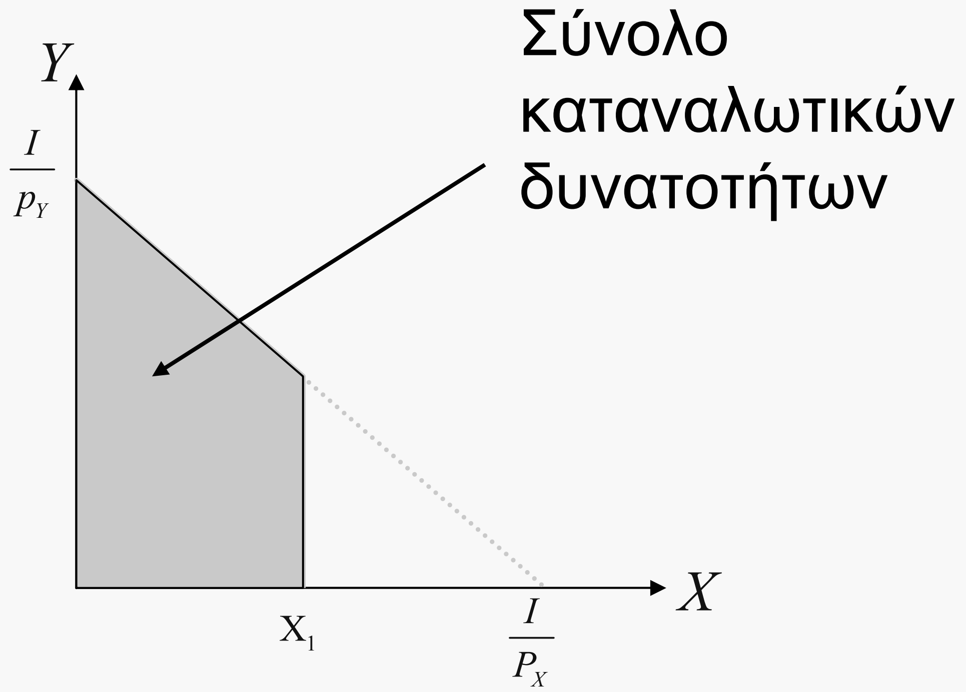
$$P_X X + P_Y Y = I - \tau$$

Εφάπαξ σταθερού ποσού επιδότηση : $P_X X + P_Y Y = I + \sigma$



Φόροι, επιδοτήσεις και επιβολή δελτίου στην ΓΚΔ

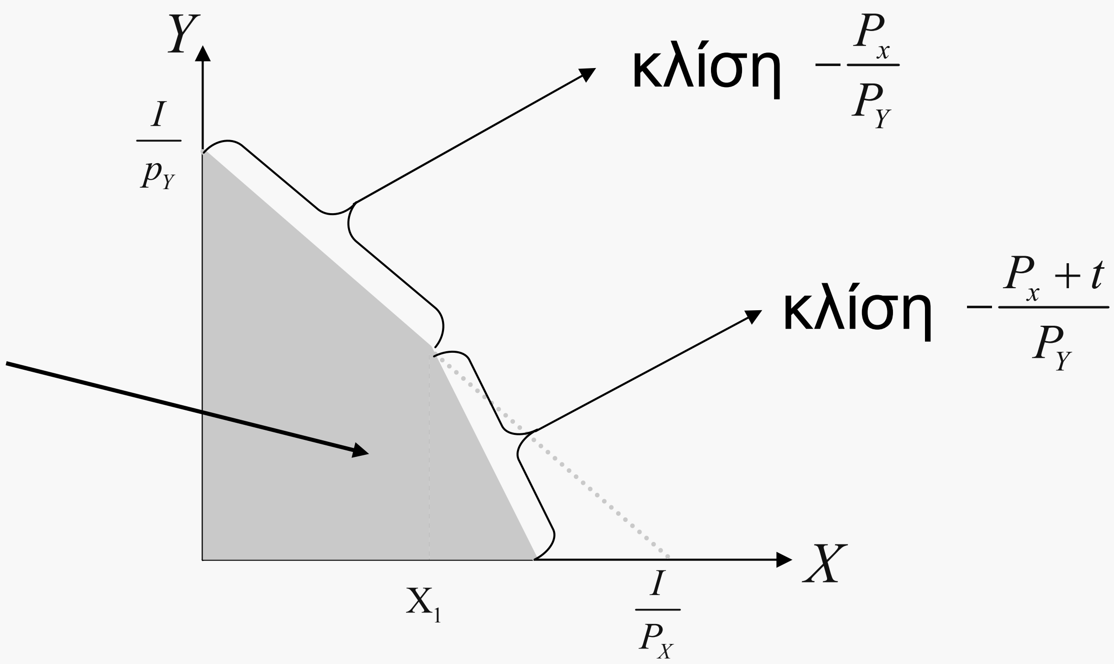
Επιβολή δελτίου: Το κράτος επιβάλει περιορισμό στην κατανάλωση έτσι ώστε να μην υπερβαίνει μια ορισμένη ποσότητα X_1.



Φόροι, επιδοτήσεις και επιβολή δελτίου στην ΓΚΔ

Συνδυασμοί φόρων, επιδοτήσεων και δελτίων: π.χ. Κατανάλωση με τιμή P_X μέχρι την ποσότητα X_1 και μετά επιβολή φόρου *t* επί της ποσότητας.

Σύνολο καταναλωτικών δυνατοτήτων

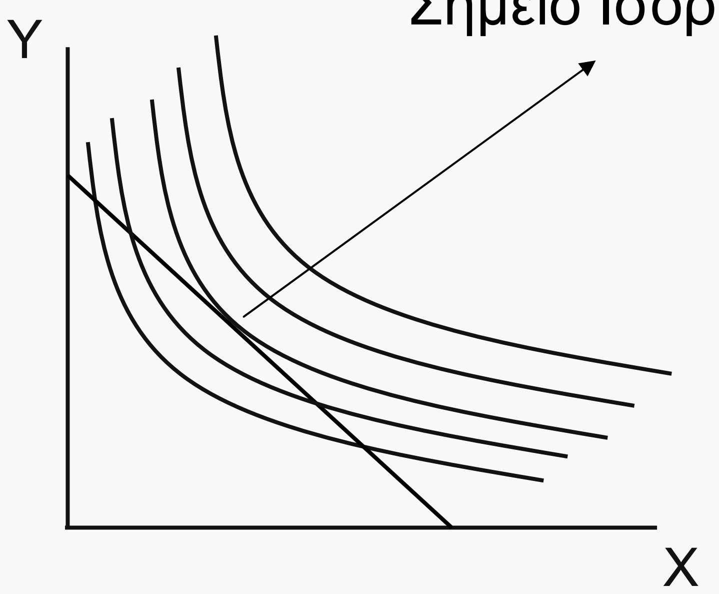


Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας

(διαγραμματική προσέγγιση)

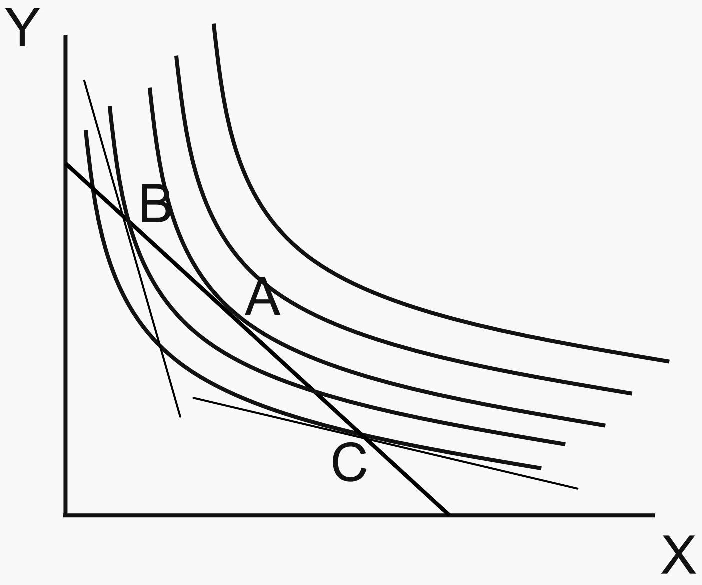
Ιδιότητα μη κορεσμού ⇒ Επιλογή δέσμης (X,Y) επί της ΓΚΔ

Μεγιστοποίηση Ωφέλειας ⇒ Επιλογή της δέσμης (X,Y) επί της ΓΚΔ που βρίσκεται στην υψηλότερη δυνατή Καμπύλη Αδιαφορίας



Η κλίση της ΚΑ = Κλίση της ΓΚΔ

$$\boxed{MRS_{X,Y} = -\frac{P_X}{P_Y}}$$



(A) $MRS_{X,Y} = -\frac{P_X}{P_Y}$

Ο τρόπος με τον οποίο ο καταναλωτής *επιθυμεί* να ανταλλάσσει τα δύο αγαθά είναι ίδιος με αυτόν που του *επιτρέπει η αγορά*

(B) $MRS_{X,Y} < -\frac{P_X}{P_Y}$ π.χ. $MRS_{X,Y} = -6$ $\frac{P_X}{P_Y} = -2$

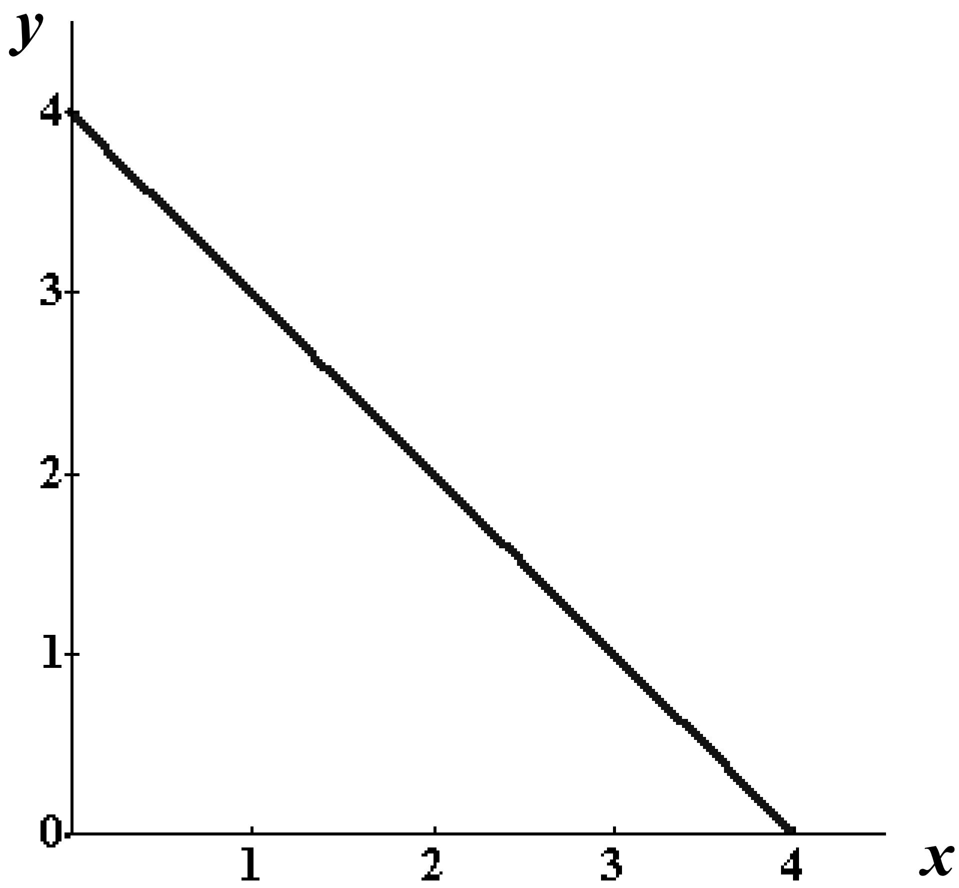
ο καταναλωτής επιθυμεί να ανταλλάσσει 1Χ με 6Υ

Στην αγορά μπορεί να ανταλλάσσει 1Χ με 2Υ

Το Β δεν είναι σημείο ισορροπίας αφού ανταλλάσσοντας Υ με Χ αυξάνει την ωφέλεια του.

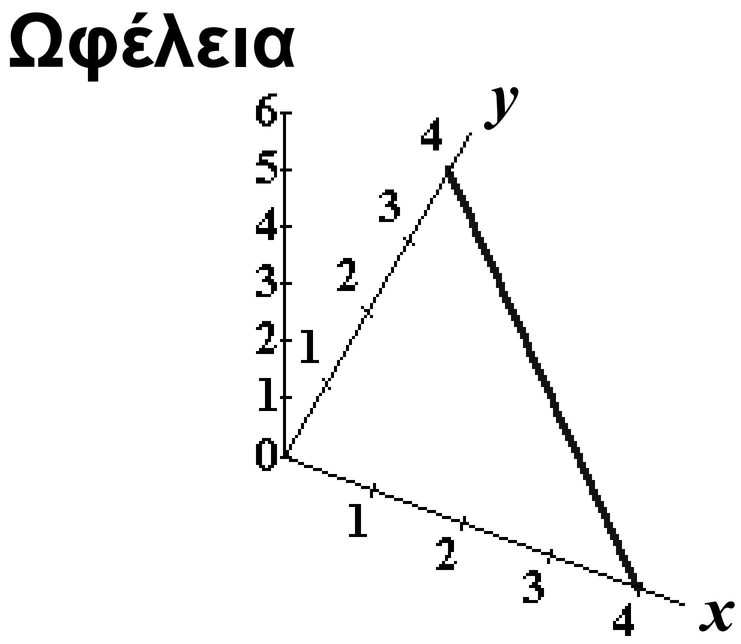
Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας

(τρισδιάστατη διαγραμματική προσέγγιση)



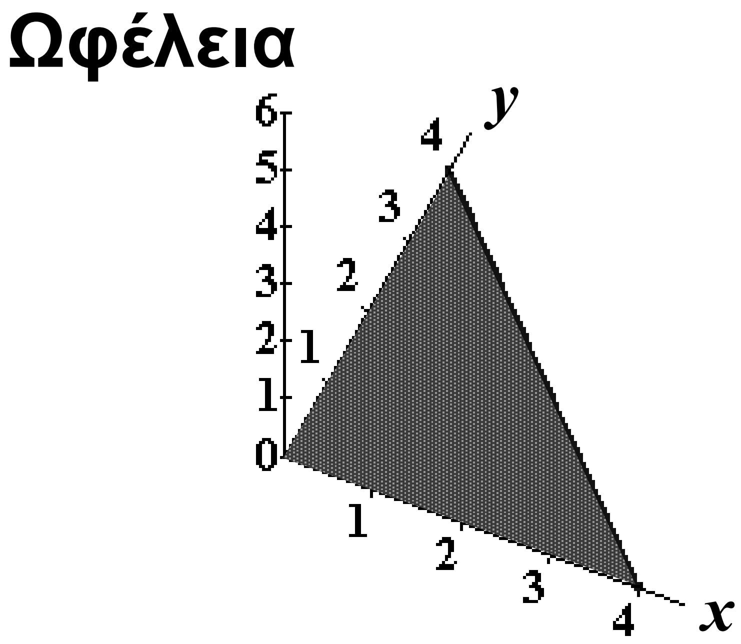
Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας

(τρισδιάστατη διαγραμματική προσέγγιση)

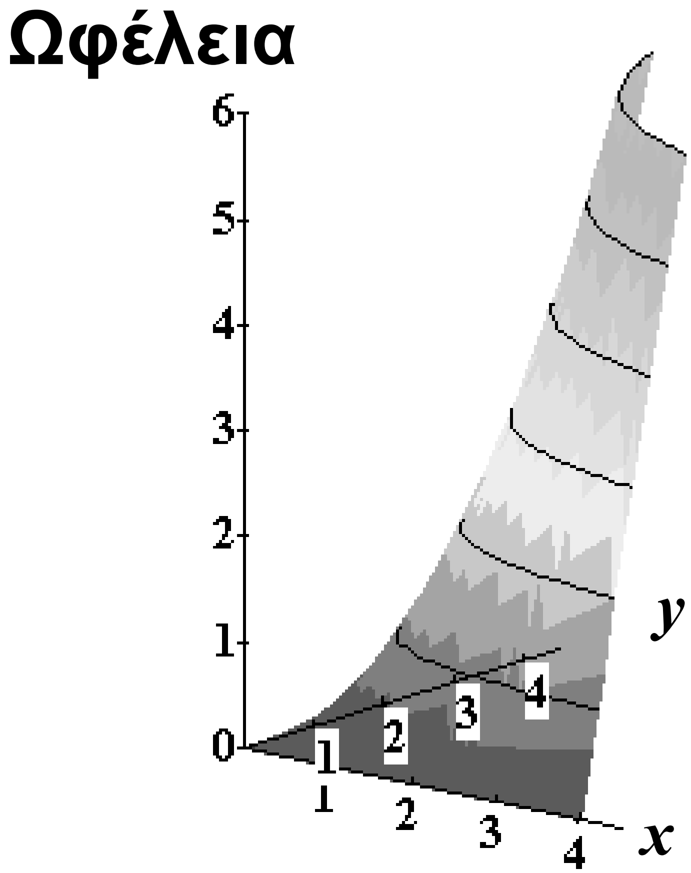


Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας

(τρισδιάστατη διαγραμματική προσέγγιση)

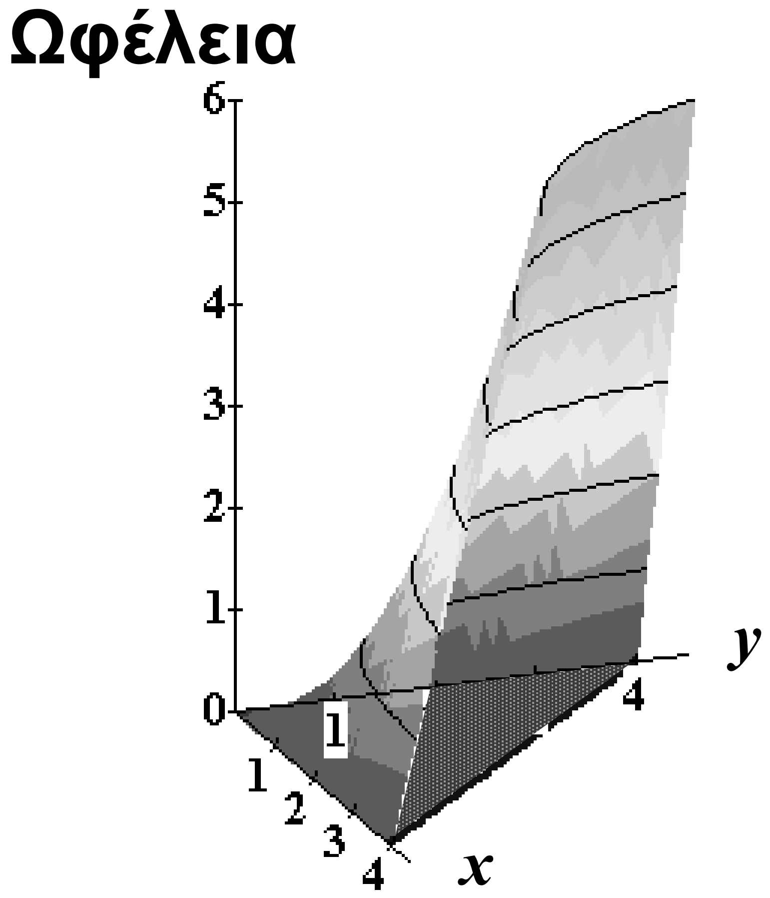


Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας
(τρισδιάστατη διαγραμματική προσέγγιση)

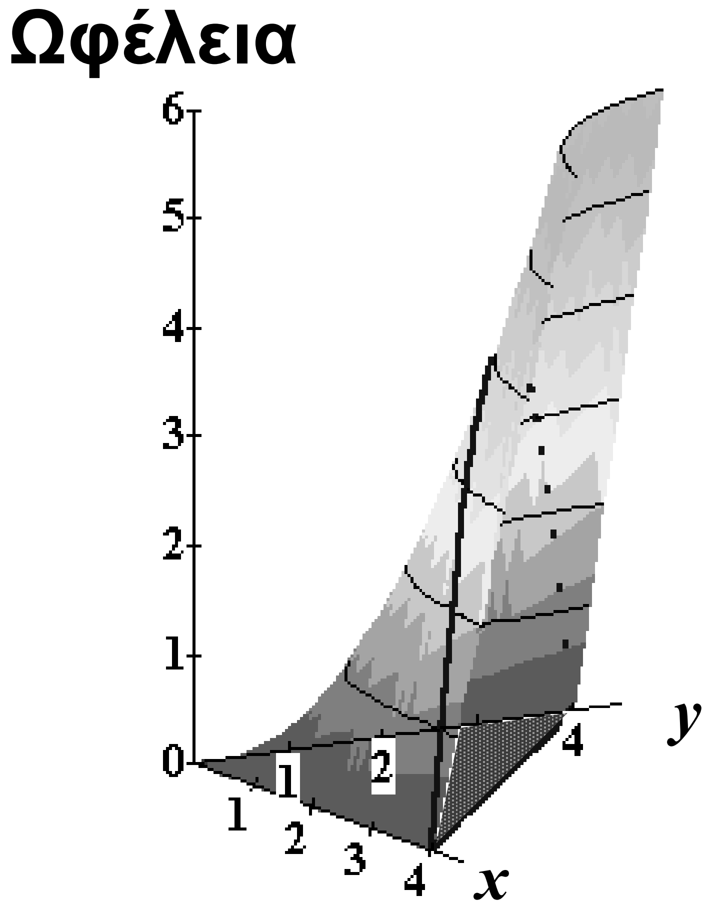


Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας

(τρισδιάστατη διαγραμματική προσέγγιση)

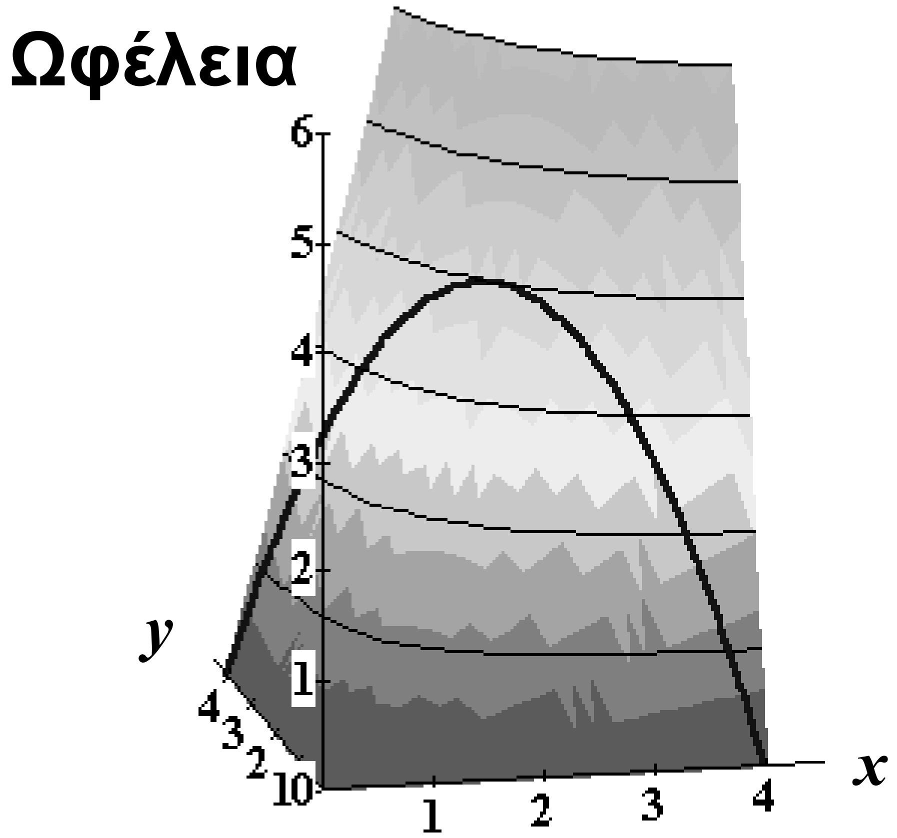


Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας
(τρισδιάστατη διαγραμματική προσέγγιση)



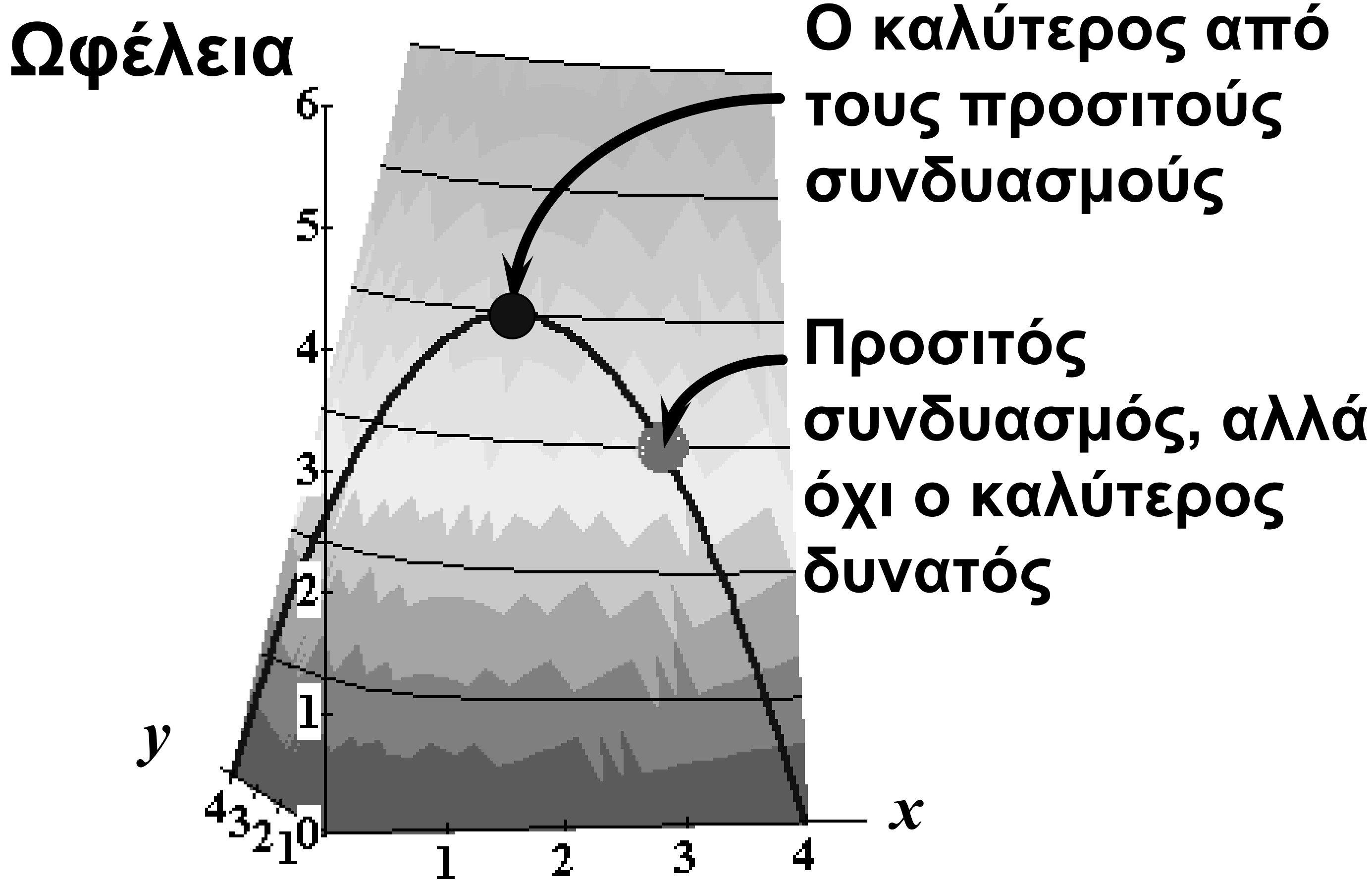
Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας

(τρισδιάστατη διαγραμματική προσέγγιση)



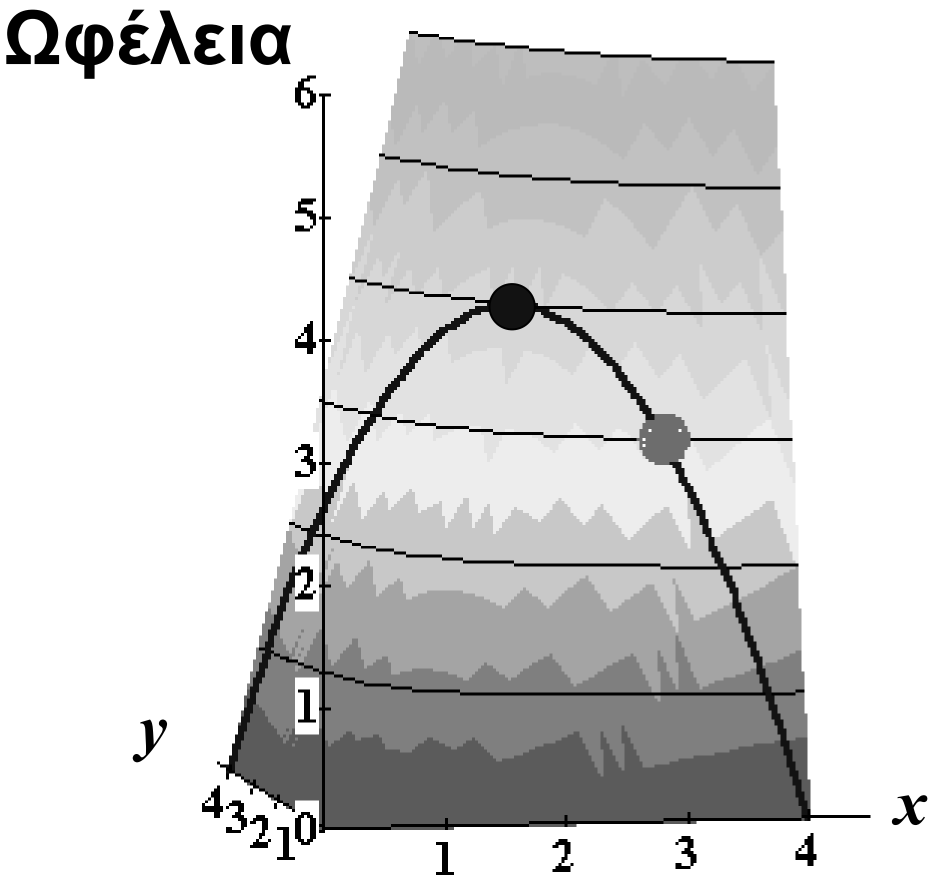
Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας

(τρισδιάστατη διαγραμματική προσέγγιση)



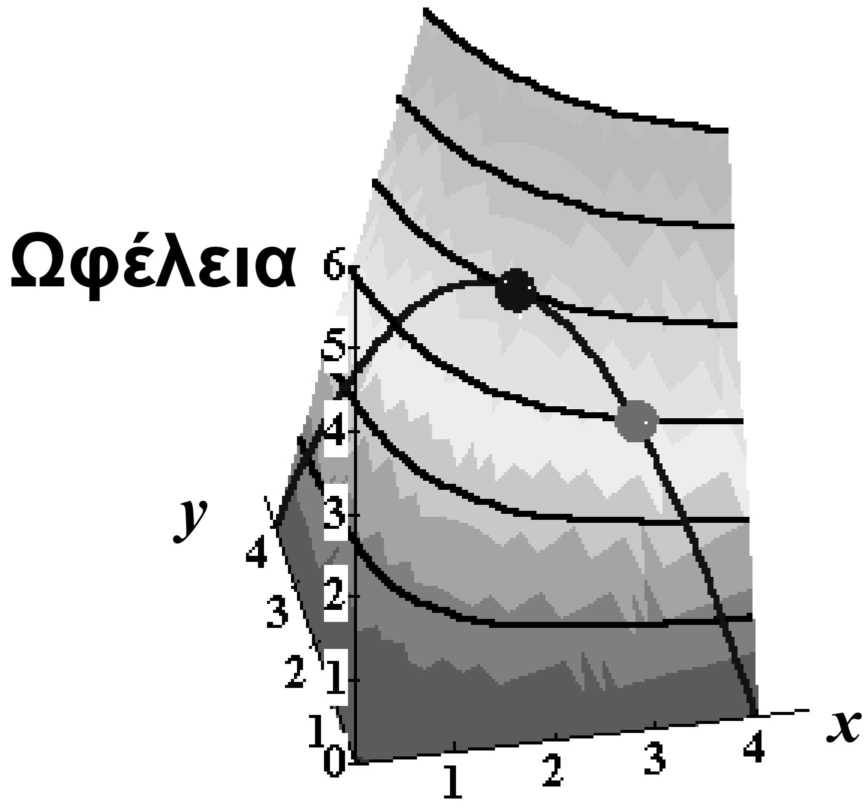
Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας

(τρισδιάστατη διαγραμματική προσέγγιση)

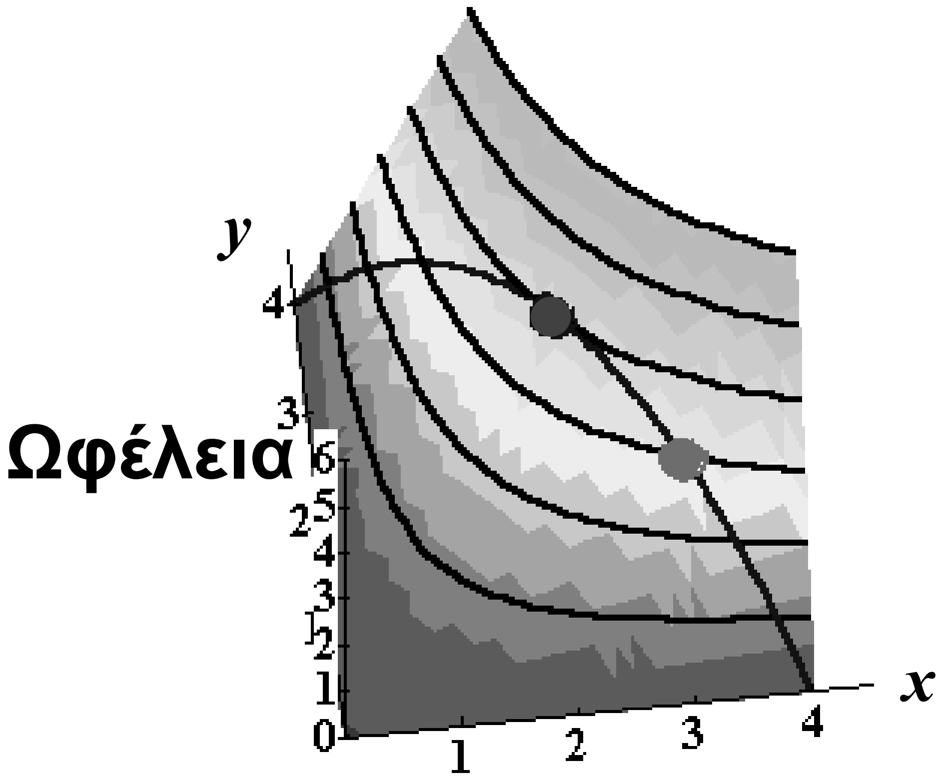


Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας

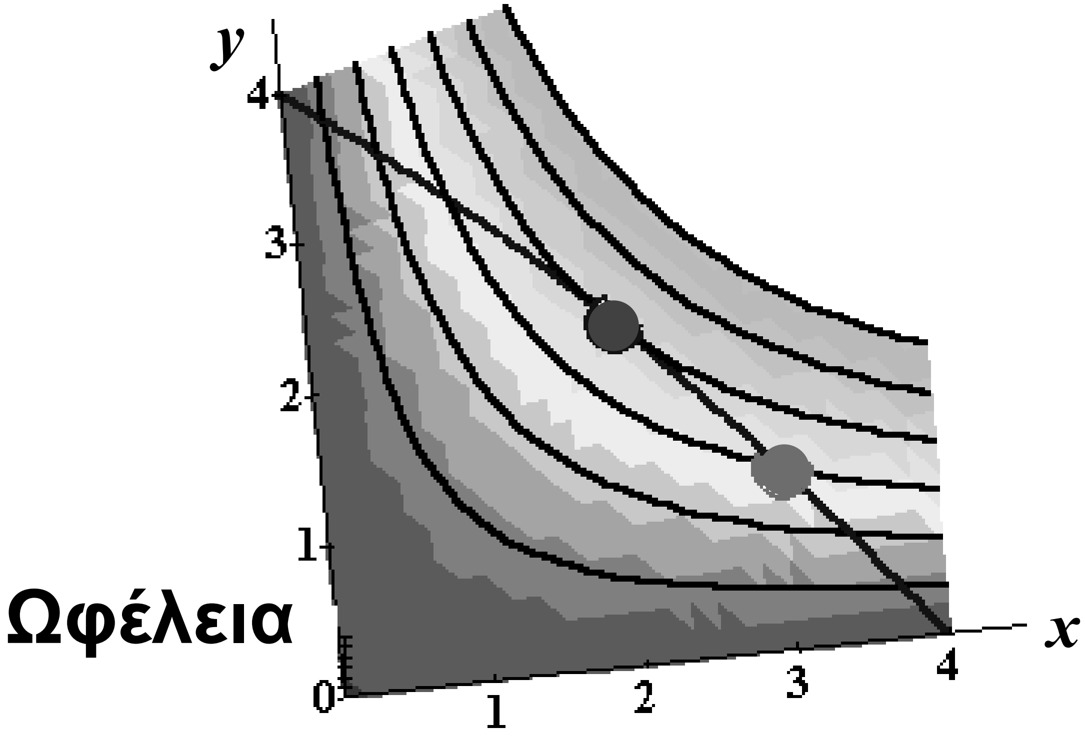
(τρισδιάστατη διαγραμματική προσέγγιση)



Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας
(τρισδιάστατη διαγραμματική προσέγγιση)

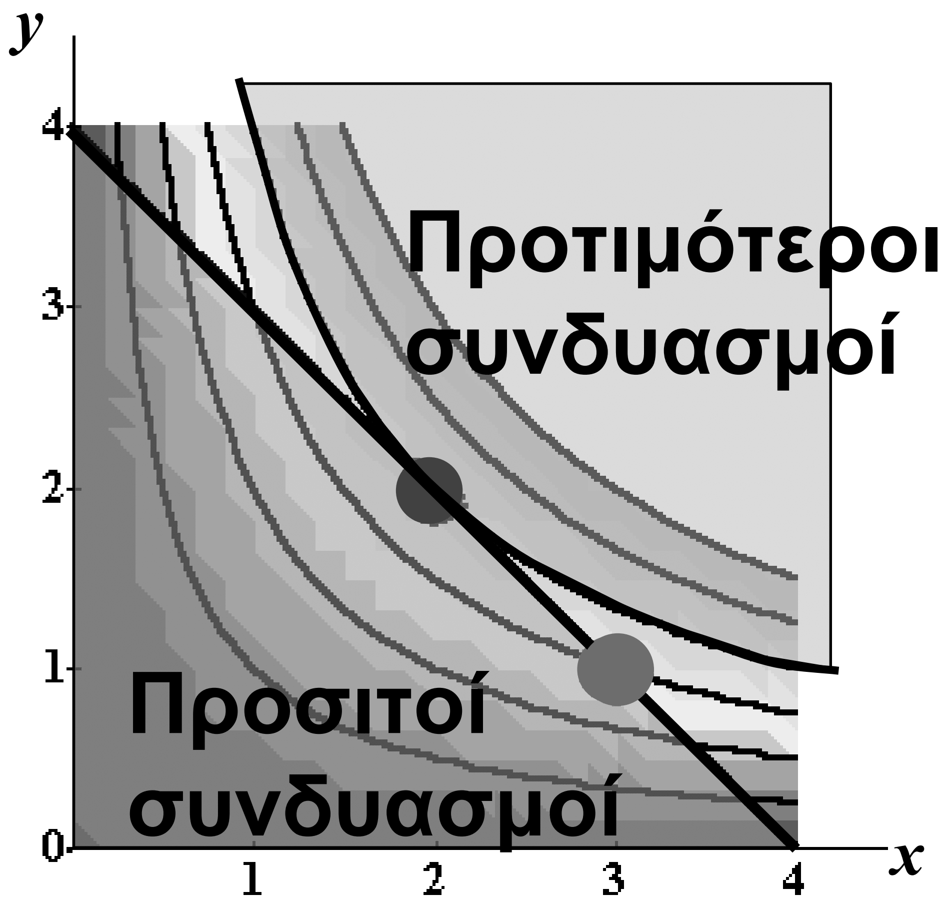


Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας
(τρισδιάστατη διαγραμματική προσέγγιση)

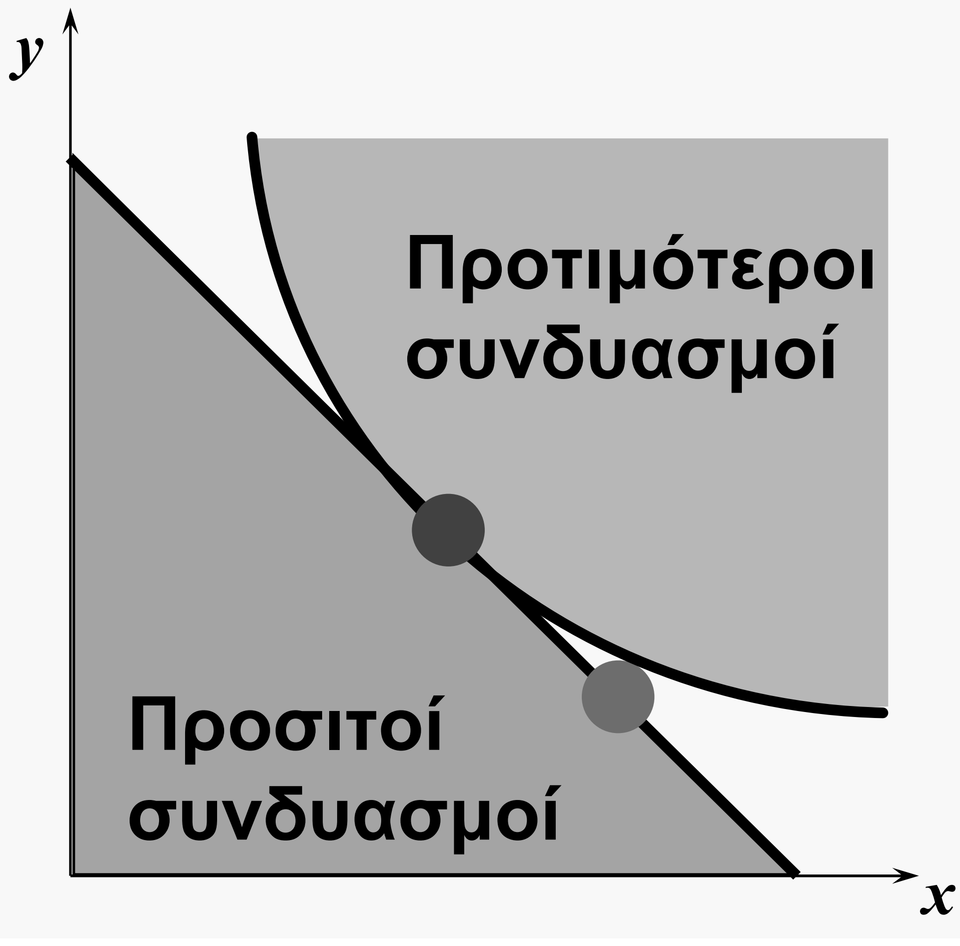


Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας

(τρισδιάστατη διαγραμματική προσέγγιση)



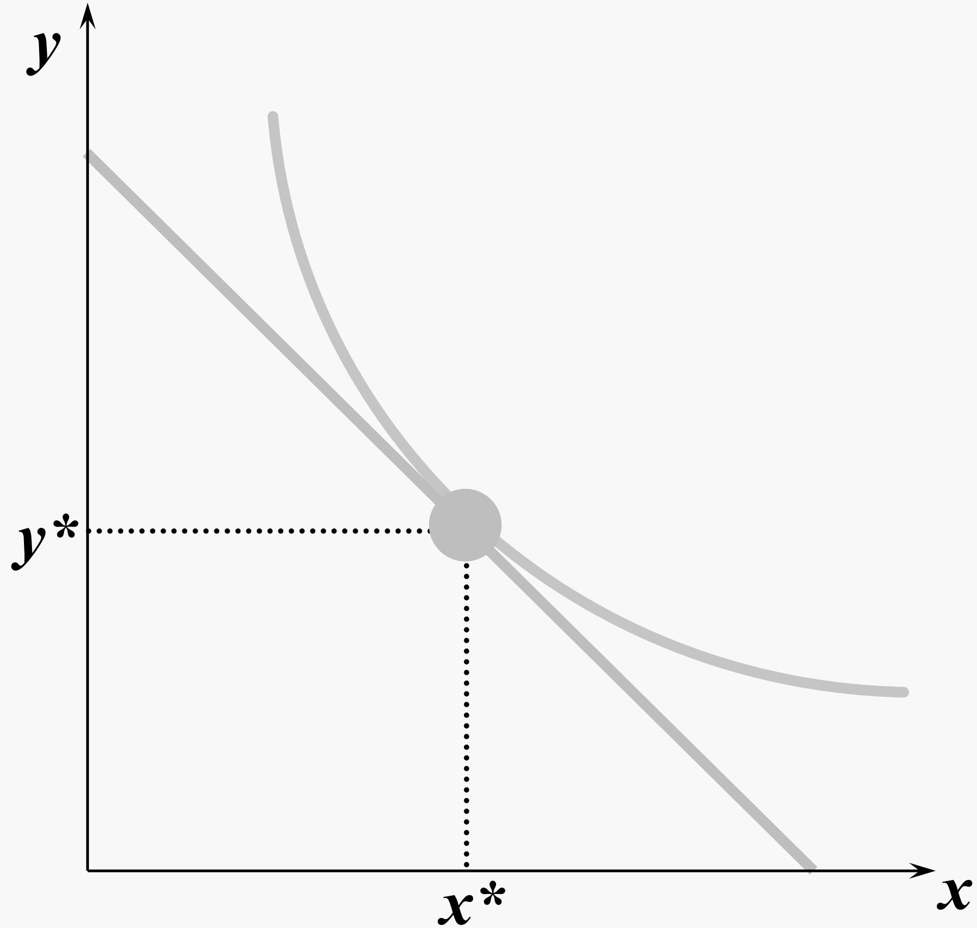
Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας
(τρισδιάστατη διαγραμματική προσέγγιση)



Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας

Το (x^*, y^*) είναι ο προτιμότερος προσιτός συνδυασμός. Είναι δηλαδή μια άριστη επιλογή.

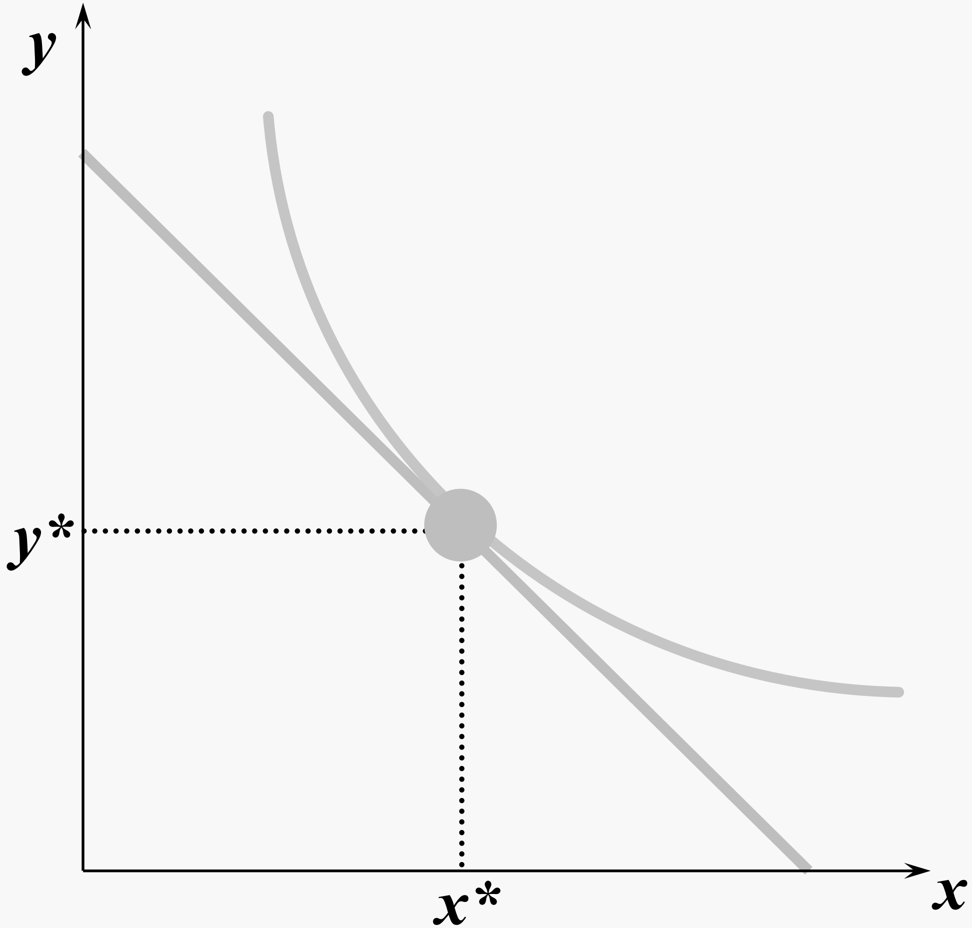
Στο σημείο άριστης επιλογής η γραμμή καταναλωτικών δυνατοτήτων είναι εφαπτόμενη της καμπύλης αδιαφορίας.



Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας

Εάν $x^{*}>0, y^{*}>0$ ο ζητούμενος συνδυασμός είναι **εσωτερικός** (**εσωτερικό άριστο**).

Στο άριστο σημείο εξαντλούνται οι οικονομικές δυνατότητες του καταναλωτή.



Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας

Στο σημείο άριστου συνδυασμού

α) $p_x x^* + p_y y^* = I$

b) Η κλίση της γραμμής του εισοδηματικού περιορισμού, $-p_x/p_y$, και η κλίση της καμπύλης αδιαφορίας στο σημείο (x^*, y^*), είναι ίσες.

Συνθήκες μεγιστοποίησης της ωφέλειας

(μαθηματική προσέγγιση)

Μεγιστοποίηση Συνάρτησης με Περιορισμό

Μεγιστοποίηση $Y = f\left(X_1, X_2, ..., X_n\right)$

Περιορισμός $a_1 X_1 + a_2 X_2 + ... + a_n X_n = Z$

Μεγιστοποίηση της συνάρτησης Lagrange

$$L = f\left(X_1, X_2, ..., X_n\right) - \lambda\left(a_1 X_1 + a_2 X_2 + ... + a_n X_n - Z\right)$$

άγνωστοι

$X_1, X_2, ..., X_n, \lambda$

Πολλαπλασιαστής Lagrange

Συνθήκες 1ης τάξης

$$\left.\begin{array}{l}
\dfrac{\partial L}{\partial X_1} = \dfrac{\partial f}{\partial X_1} - \lambda a_1 = 0 \\[2ex]
\dfrac{\partial L}{\partial X_2} = \dfrac{\partial f}{\partial X_2} - \lambda a_2 = 0 \\[2ex]
\quad \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\[2ex]
\dfrac{\partial L}{\partial X_n} = \dfrac{\partial f}{\partial X_n} - \lambda a_n = 0 \\[2ex]
\dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = -\left(a_1X_1 + a_2X_2 + \ldots + a_nX_n - Z\right) = 0
\end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{n+1 εξισώσεις}\\ \text{n+1 άγνωστοι}\end{array}$$

Συνθήκες 2ης τάξης

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial X_1^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial X_1 \partial X_2} & \cdots & \frac{\partial^2 L}{\partial X_1 \partial X_n} & \frac{\partial^2 L}{\partial X_1 \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial X_2 \partial X_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial X_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 L}{\partial X_2 \partial X_n} & \frac{\partial^2 L}{\partial X_2 \partial \lambda} \\ . & . & \cdots & . & . \\ \frac{\partial^2 L}{\partial X_n \partial X_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial X_n \partial X_2} & \cdots & \frac{\partial^2 L}{\partial X_n^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial X_n \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial X_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial X_2} & \cdots & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial X_n} & 0 \end{bmatrix}$$

Οι οριοθετημένες κύριες ελάσσονες εναλλάσσονται σε πρόσημα αρχίζοντας από το (-) ⇨ Η f είναι οιονεί κοίλη

Το πρόβλημα μεγιστοποίησης της ωφέλειας του καταναλωτή

Μεγιστοποίηση $U = U\left(X, Y\right)$ (1)

Περιορισμός $P_X X + P_Y Y = I$ (2)

$$L = U\left(X, Y\right) - \lambda\left(P_X X + P_Y Y - I\right) \quad (3)$$

<u>Συνθήκες 1ης τάξης</u>

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{\partial U}{\partial X} - \lambda P_X = 0 \quad \Rightarrow \quad U_X = \lambda P_X \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{\partial U}{\partial Y} - \lambda P_Y = 0 \quad \Rightarrow \quad U_Y = \lambda P_Y \quad (5)$$

$$\frac{U_X}{U_Y} = \frac{P_X}{P_Y}$$

$$\boxed{MRS_{X,Y} = -\frac{P_X}{P_Y}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -\left(P_X X + P_Y Y - I\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad P_X X + P_Y Y = I \quad (6)$$

Συνθήκες 2ης τάξης

Οι καμπύλες αδιαφορίας είναι κυρτές
προς την αρχή των αξόνων τουλάχιστον
στο σημείο ισορροπίας

Η συνάρτηση ωφέλειας είναι οιονεί κοίλη

$$(4) \Rightarrow U_X = \lambda P_X \Rightarrow \lambda = \frac{U_X}{P_X}$$

Η ωφέλεια του τελευταίου ευρώ όταν δαπανάται για την αγορά του X

$$(5) \Rightarrow U_Y = \lambda P_Y \Rightarrow \lambda = \frac{U_Y}{P_Y}$$

Η ωφέλεια του τελευταίου ευρώ όταν δαπανάται για την αγορά του Y

λ η Οριακή Ωφέλεια του Εισοδήματος

$$(4) \quad U_X = \lambda P_X$$

$$(5) \quad U_Y = \lambda P_Y$$

$$(6) \quad P_X X + P_Y Y = I$$

Σύστημα 3 εξισώσεων με 3 αγνώστους (X,Y και λ)

Λύση

$$X^* = X^*\left(P_X, P_Y, I\right)$$ Συνάρτηση ***Ζήτησης*** του X

$$Y^* = Y^*\left(P_X, P_Y, I\right)$$ Συνάρτηση ***Ζήτησης*** του Y

$$\lambda^* = \lambda^*\left(P_X, P_Y, I\right)$$ Συνάρτηση ***Οριακής Ωφέλειας Εισοδήματος***

$$U = U\left(X,Y\right) = U\left(X^*\left(P_X, P_Y, I\right), Y^*\left(P_X, P_Y, I\right)\right) = G\left(P_X, P_Y, I\right)$$

Έμμεση Συνάρτηση Ωφέλειας

Παράδειγμα 1

Συνάρτηση Ωφέλειας $U = XY$

$$L = XY - \lambda\left(P_X X + P_Y Y - I\right)$$

$$\left.\begin{aligned} &(1) \quad \frac{\partial L}{\partial X} = Y - \lambda P_X = 0 \\ &(2) \quad \frac{\partial L}{\partial Y} = X - \lambda P_Y = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow Y = \frac{P_X}{P_Y} X$$

(3) $$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -\left(P_X X + P_Y Y - I\right) = 0 \Rightarrow P_X X + P_Y Y = I$$

Παράδειγμα 1

(συνέχεια)

$$\Rightarrow \; P_X X + P_Y \frac{P_X}{P_Y} X = I \qquad \Rightarrow \; 2P_X X = I$$

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{I}{2P_X} \\ Y &= \frac{I}{2P_Y} \end{aligned}\right\} \text{Συναρτήσεις Ζήτησης}$$

$$U = XY = \frac{I}{2P_X}\frac{I}{2P_Y} = \frac{I^2}{4P_X P_Y}$$

Έμμεση Συνάρτηση Ωφέλειας

Παράδειγμα 1

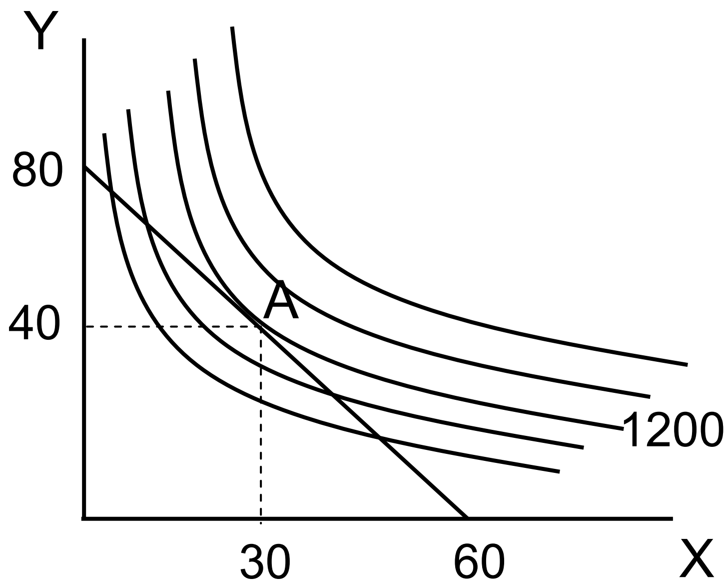
(συνέχεια)

Αν $P_X = 80 \quad P_Y = 60 \quad I = 4800$

$$X = \frac{4800}{2 \cdot 80} = 30$$

$$Y = \frac{4800}{2 \cdot 60} = 40$$

$$U = 30 \cdot 40 = 1200$$



Παράδειγμα 2

Αν $U\left(x,y\right)=x^a y^b$

τότε $$MU_x=\frac{\partial U}{\partial x}=ax^{a-1}y^b$$

$$MU_y=\frac{\partial U}{\partial y}=bx^a y^{b-1}$$

και ο οριακός λόγος υποκατάστασης είναι

$$MRS_{x,y}=-\frac{MU_x}{MU_y}=-\frac{ax^{a-1}y^b}{bx^a y^{b-1}}=-\frac{ay}{bx}$$

Παράδειγμα 2

(συνέχεια)

Αλλά στο (x^*,y^*): $MRS_{x,y} = -\dfrac{p_x}{p_y}$

$$\Rightarrow -\frac{ay^*}{bx^*} = -\frac{p_x}{p_y} \quad \Rightarrow y^* = \frac{bp_x}{ap_y}x^*$$

Το άριστο σημείο εξαντλεί τον εισοδηματικό περιορισμό επομένως:

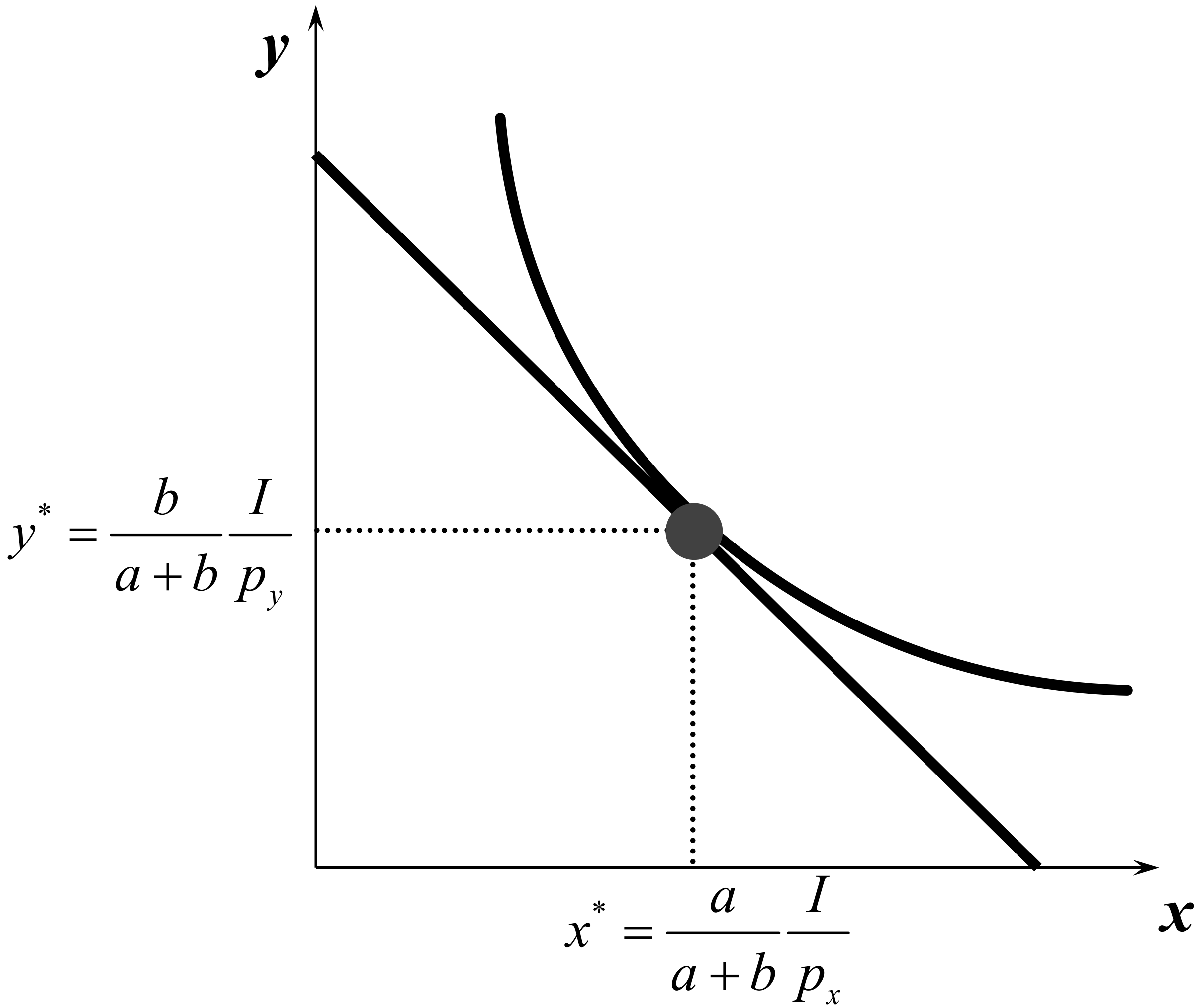
$$p_x x^* + p_y y^* = I$$

$$\Rightarrow p_x x^* + p_y \frac{bp_x}{ap_y}x^* = I$$

$$\Rightarrow x^* = \frac{a}{a+b}\frac{I}{p_x} \qquad \Rightarrow y^* = \frac{b}{a+b}\frac{I}{p_y}$$

Παράδειγμα 2

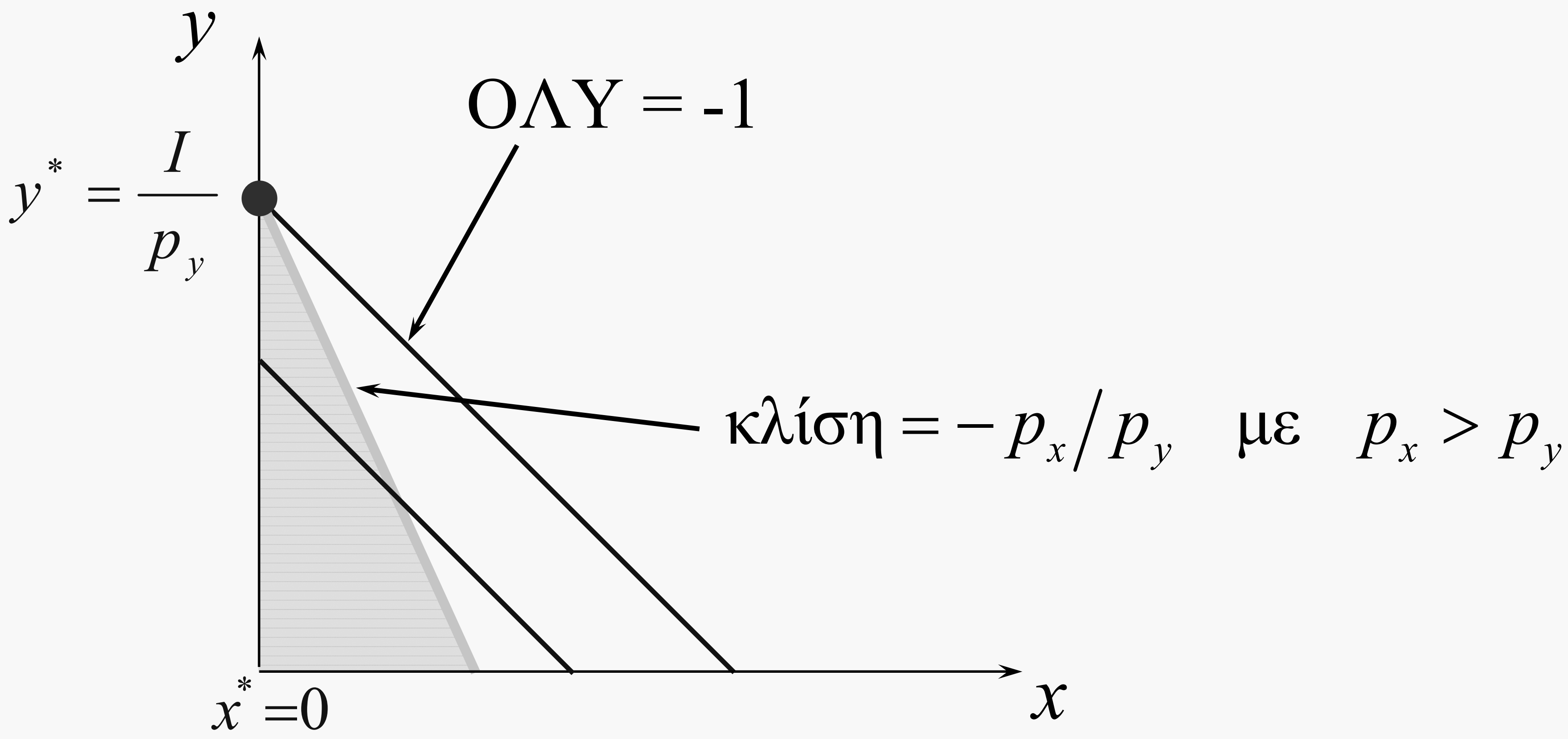
(συνέχεια)



Λύση Γωνίας: Μια ειδική περίπτωση ισορροπίας

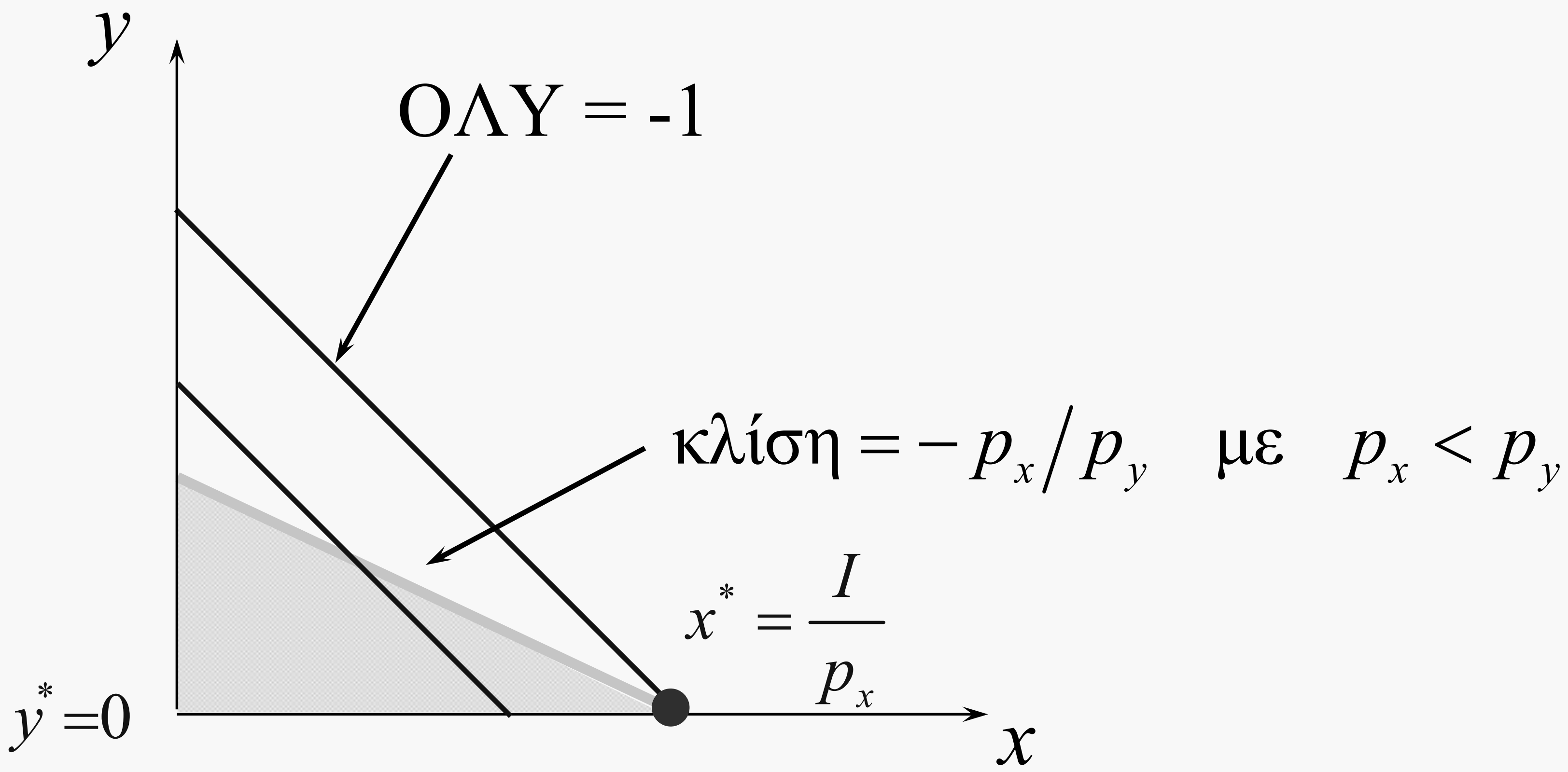
Όταν $x^* = 0$ ή όταν $y^* = 0$, τότε η ζήτηση (x^*, y^*) αποτελεί μια «γωνιακή» λύση (corner solution) στο πρόβλημα της μεγιστοποίησης της ωφέλειας.

<u>Τέλεια υποκατάστατα</u>:



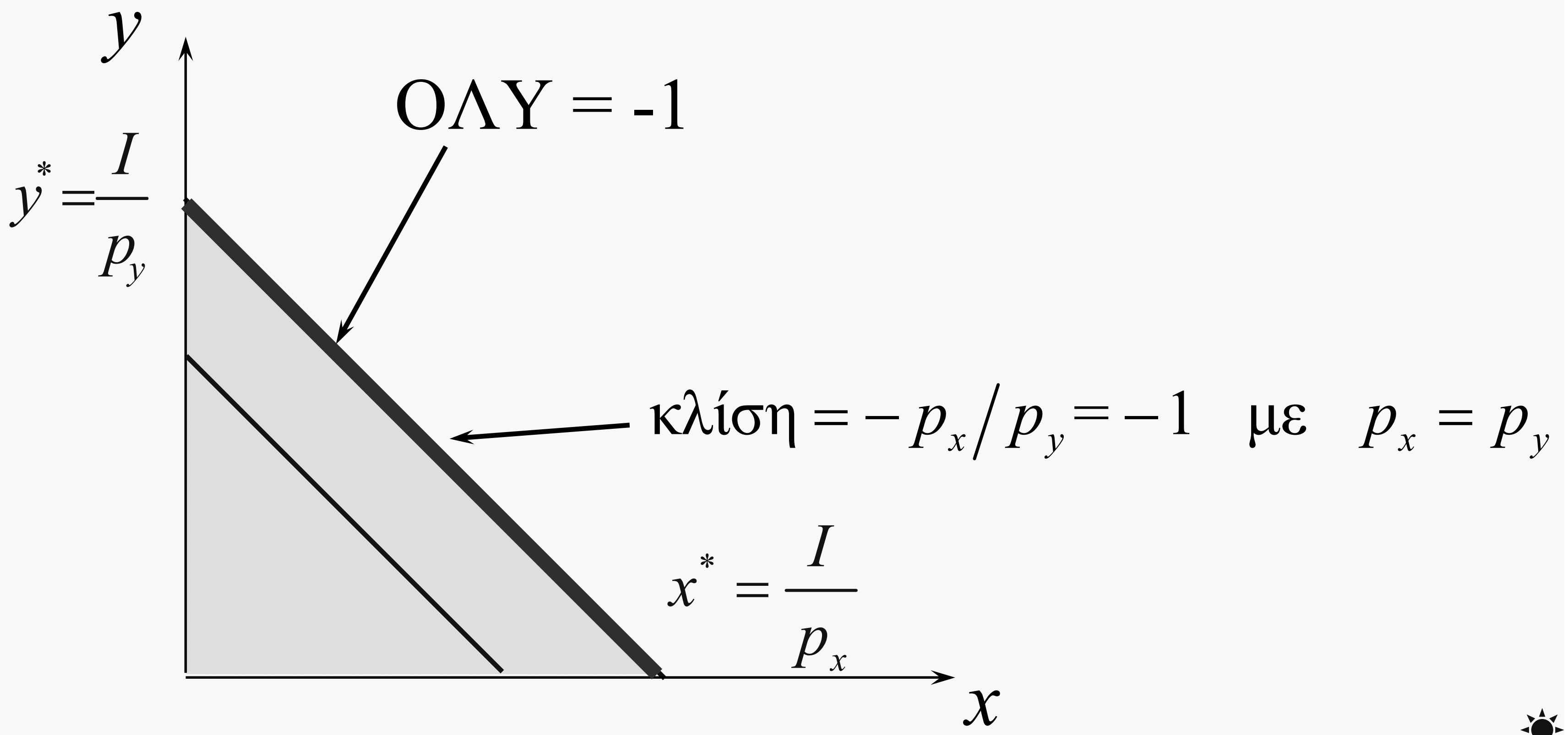
Λύση Γωνίας: Μια ειδική περίπτωση ισορροπίας

Τέλεια υποκατάστατα:



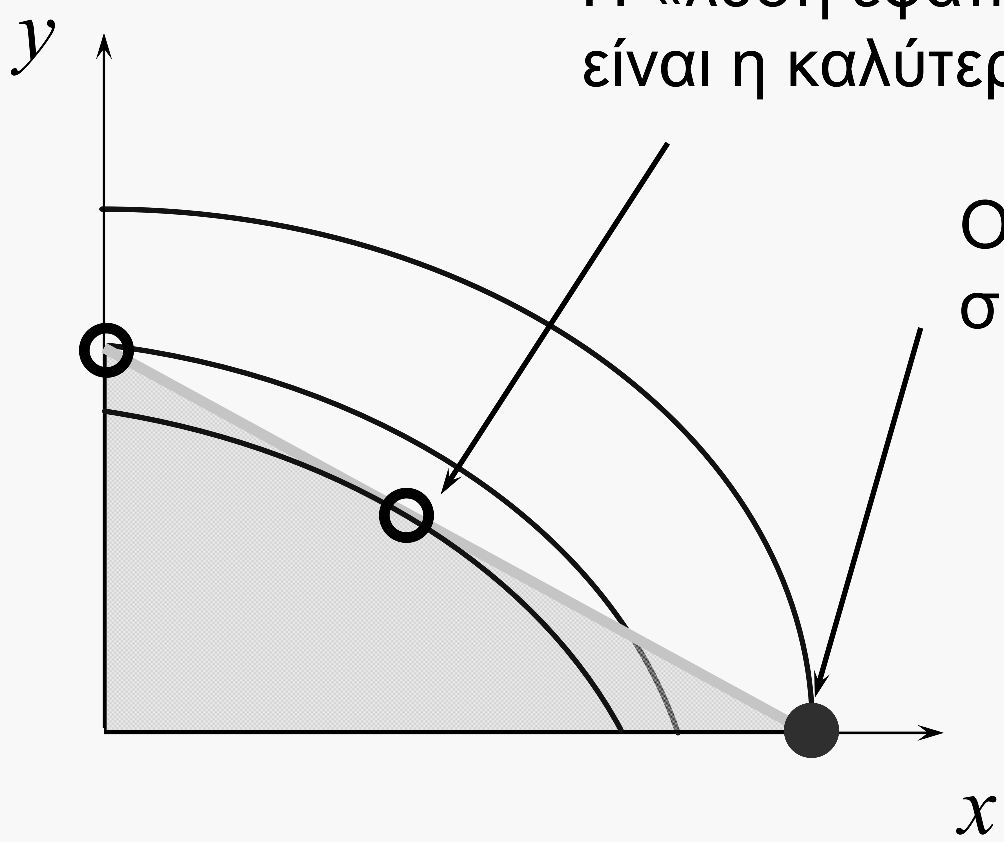
Λύση Γωνίας: Μια ειδική περίπτωση ισορροπίας

Τέλεια υποκατάστατα:



Λύση Γωνίας: Μια ειδική περίπτωση ισορροπίας

Μη κυρτές προτιμήσεις:

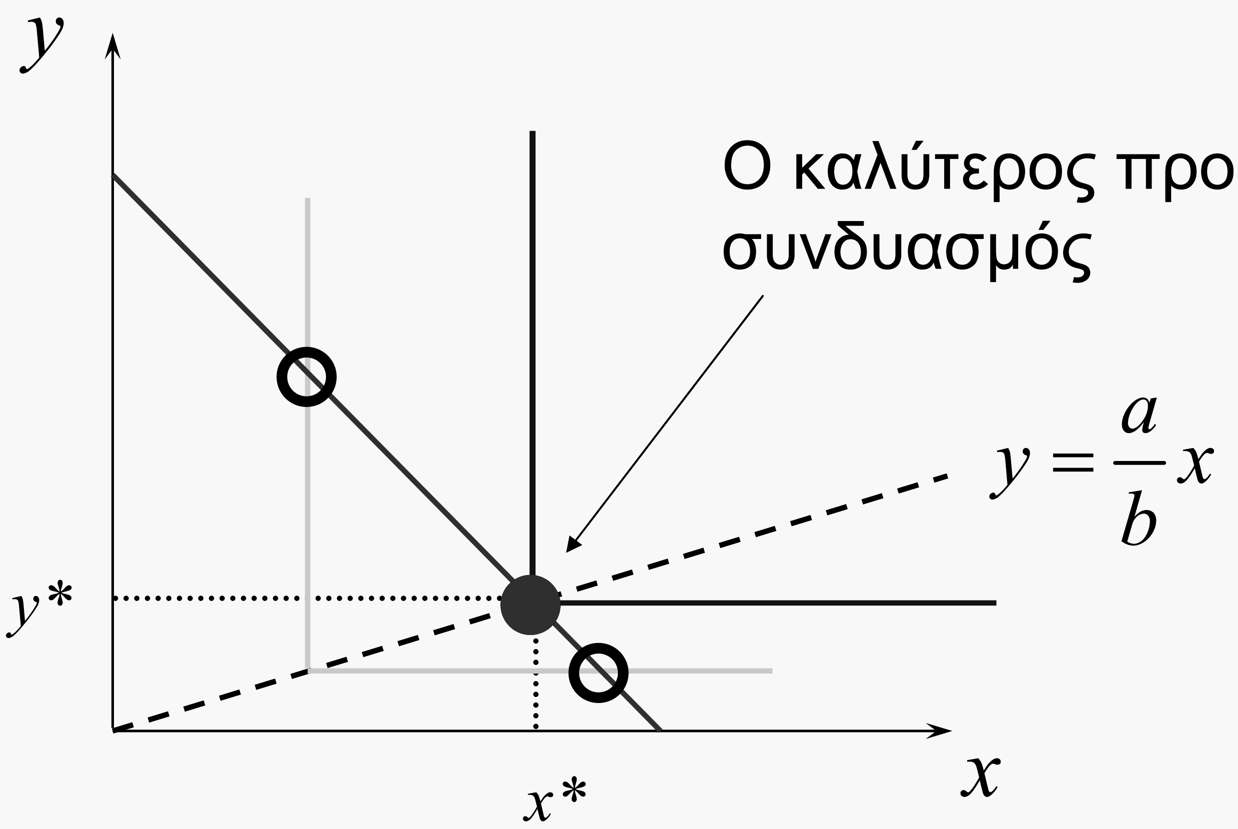


Η «λύση εφαπτομένης» δεν είναι η καλύτερη προσιτή λύση

Ο καλύτερος προσιτός συνδυασμός

Τεθλασμένες λύσεις: Μια ειδική περίπτωση ισορροπίας

Τέλεια συμπληρωματικά: $U(x,y) = \min\{ax, by\}$



Ποια θα είναι τα x*, y*;

Τεθλασμένες λύσεις: Μια ειδική περίπτωση ισορροπίας

Τέλεια συμπληρωματικά:

Στο σημείο ισορροπίας θα είναι

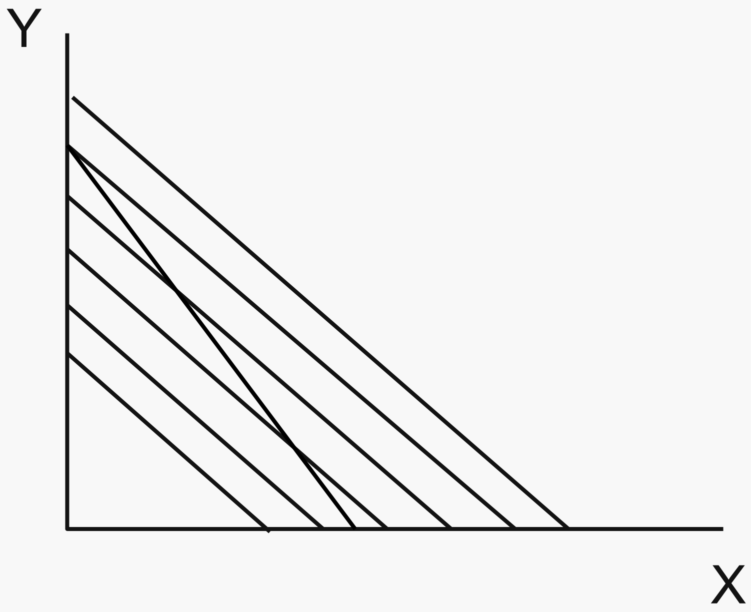
$$\left.\begin{aligned} y^* &= \frac{a}{b}x^* \\ p_x x^* + p_y y^* &= I \end{aligned}\right\} p_x x^* + p_y \frac{a}{b} x^* = I$$

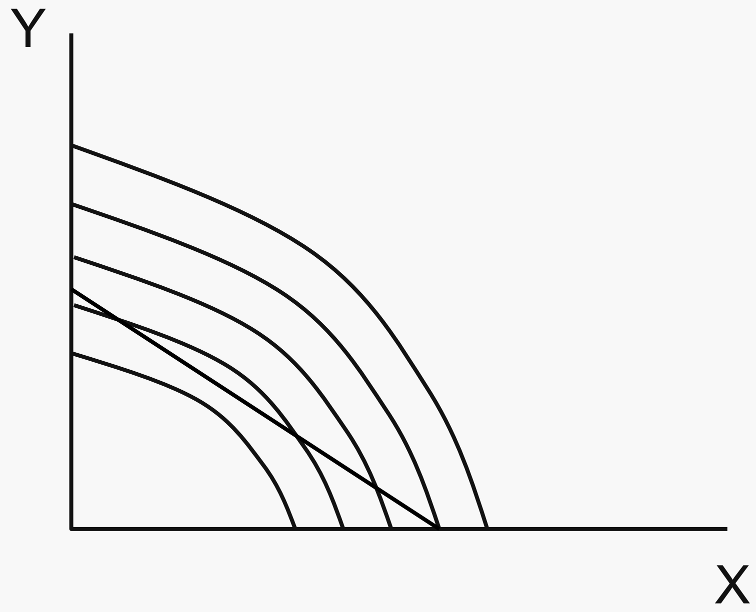
$$\Rightarrow x^* = \frac{bI}{bp_x + p_y a}$$

$$\Rightarrow y^* = \frac{aI}{bp_x + p_y a}$$

Η σημασία της κυρτότητας της καμπύλης αδιαφορίας

Περιπτώσεις μη κυρτών Κ.Α. με αρνητική κλίση





Οδηγούν σε λύσεις γωνίας ή σε πολλαπλές λύσεις

Συγκριτική Στατική Ανάλυση της Ισορροπίας του Καταναλωτή

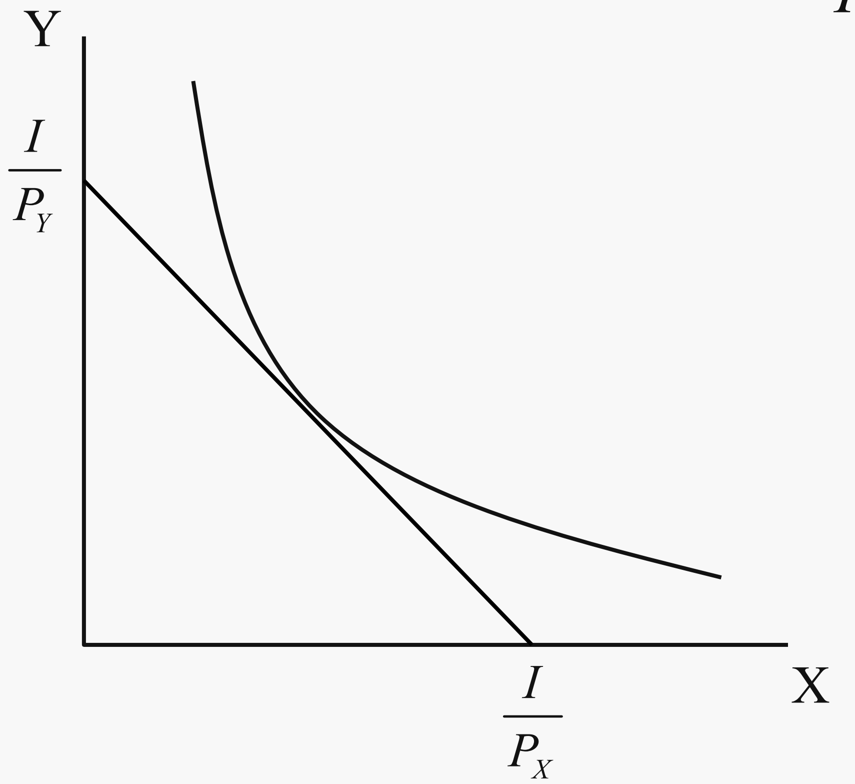
Πως μεταβάλλεται το σημείο ισορροπίας και κατά συνέπεια οι ζητούμενες ποσότητες των Χ και Υ όταν μεταβάλλεται μια ή περισσότερες από τις παραμέτρους (Τιμές και Εισόδημα)

Μεταβολή του εισοδήματος και των τιμών κατά το ίδιο ποσοστό

Τα σημεία $\frac{I}{P_Y}$ $\frac{I}{P_X}$ δεν μεταβάλλονται

↓

Δεν μεταβάλλεται το σημείο ισορροπίας



Η εξίσωση $P_X X + P_Y Y = I$

δεν μεταβάλλεται

Οι συναρτήσεις ζήτησης δεν μεταβάλλονται

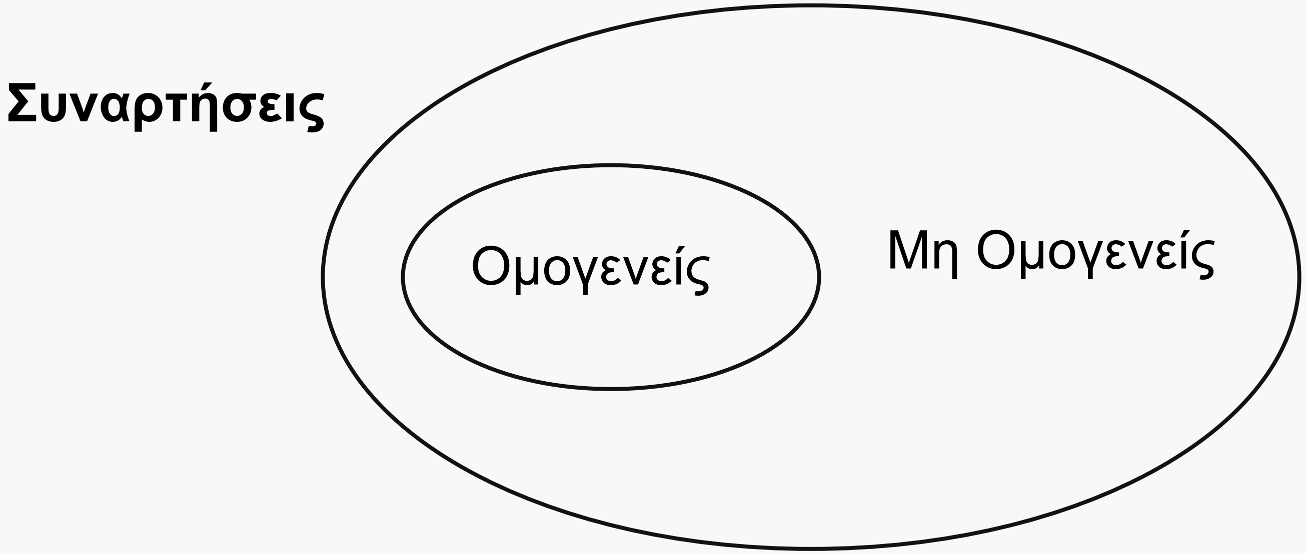
Οι συναρτήσεις ζήτησης είναι ***ομογενείς μηδενικού βαθμού***

Ο καταναλωτής αποφασίζει με βάση το ***πραγματικό*** του εισόδημα και όχι το ***χρηματικό***

Ο καταναλωτής δεν πάσχει από ***ψευδαίσθηση του χρήματος***

Η συμπεριφορά του καταναλωτή επηρεάζεται από τις ***σχετικές τιμές*** (αγαθών και εργασίας) και όχι από τις ***απόλυτες***

Ομογενείς Συναρτήσεις



$$f\left(X_1, X_2, \ldots, X_n\right)$$

Ομογενής βαθμού *r* αν $$f\left(tX_1, tX_2, \ldots, tX_n\right) = t^r f\left(X_1, X_2, \ldots, X_n\right)$$

Στην περίπτωση των συναρτήσεων ζήτησης $\boldsymbol{r = 0}$

$$X\left(tP_X, tP_Y, tI\right) = t^0 X\left(P_X, P_Y, I\right)$$

$$Y\left(tP_X, tP_Y, tI\right) = t^0 Y\left(P_X, P_Y, I\right)$$

<u>Θεώρημα Euler</u>

Αν $f\left(X_1, X_2, ..., X_n\right)$ Ομογενής βαθμού r

$$\frac{\partial f}{\partial X_1} X_1 + \frac{\partial f}{\partial X_2} X_2 + ... + \frac{\partial f}{\partial X_n} X_n = r\, f\left(X_1, X_2, ..., X_n\right)$$

Ιδιότητες ελαστικοτήτων

Εφαρμόζοντας το θεώρημα Euler στη συνάρτηση ζήτησης

Ζήτηση X $$\frac{\partial X}{\partial P_X}P_X+\frac{\partial X}{\partial P_Y}P_Y+\frac{\partial X}{\partial I}I=0\,X\left(P_X,P_Y,I\right)=0$$

Ζήτηση Y $$\frac{\partial Y}{\partial P_X}P_X+\frac{\partial Y}{\partial P_Y}P_Y+\frac{\partial Y}{\partial I}I=0\,Y\left(P_X,P_Y,I\right)=0$$

$$\frac{\partial X}{\partial P_X}\frac{P_X}{X}+\frac{\partial X}{\partial P_Y}\frac{P_Y}{X}+\frac{\partial X}{\partial I}\frac{I}{X}=0 \quad\Rightarrow\quad \boxed{\varepsilon_{X,P_X}+\varepsilon_{X,P_Y}+\varepsilon_{X,I}=0}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial P_X}\frac{P_X}{Y}+\frac{\partial Y}{\partial P_Y}\frac{P_Y}{Y}+\frac{\partial Y}{\partial I}\frac{I}{Y}=0 \quad\Rightarrow\quad \boxed{\varepsilon_{Y,P_X}+\varepsilon_{Y,P_Y}+\varepsilon_{Y,I}=0}$$

$$P_X X + P_Y Y = I \quad \Rightarrow \frac{\partial\left(P_X X + P_Y Y\right)}{\partial I} = \frac{\partial I}{\partial I} = 1$$

$$\Rightarrow P_X \frac{\partial X}{\partial I} + P_Y \frac{\partial Y}{\partial I} = 1 \;\Rightarrow P_X \frac{\partial X}{\partial I}\frac{I}{X}\frac{X}{I} + P_Y \frac{\partial Y}{\partial I}\frac{I}{Y}\frac{Y}{I} = 1$$

$$\boxed{S_X \varepsilon_{X,I} + S_Y \varepsilon_{Y,I} = 1}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial\left(P_X X + P_Y Y\right)}{\partial P_X} = \frac{\partial I}{\partial P_X} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial P_X}{\partial P_X} X + \frac{\partial X}{\partial P_X} P_X + \frac{\partial P_Y}{\partial P_X} Y + \frac{\partial Y}{\partial P_X} P_Y = 0$$

$$\Rightarrow X + \frac{\partial X}{\partial P_X}\frac{P_X}{X} X + 0Y + \frac{\partial Y}{\partial P_X}\frac{P_X}{Y}\frac{Y}{P_X} P_Y = 0$$

$$\Rightarrow X + \varepsilon_{X,P_X} X + \varepsilon_{Y,P_X} \frac{Y}{P_X} P_Y = 0$$

$$\Rightarrow X \frac{P_X}{I} + \varepsilon_{X,P_X} X \frac{P_X}{I} + \varepsilon_{Y,P_X} \frac{Y}{P_X} P_Y \frac{P_X}{I} = 0$$

$$\boxed{S_X \varepsilon_{X,P_X} + S_Y \varepsilon_{Y,P_X} = -S_X}$$

$$\boxed{S_X \varepsilon_{X,P_Y} + S_Y \varepsilon_{Y,P_Y} = -S_Y}$$

Παράδειγμα

Συνάρτηση ωφέλειας $U = X^{0.2}Y^{0.8}$

Συνθήκη ισορροπίας (1) $MRS_{X,Y} = -\frac{P_X}{P_Y}$ ή $\frac{\partial U / \partial X}{\partial U / \partial Y} = \frac{P_X}{P_Y}$

$$\frac{0.2 \cdot X^{-0.8}Y^{0.8}}{0.8 \cdot X^{0.2}Y^{-0.2}} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow Y = 4\frac{P_X}{P_Y}X \quad \text{ή} \quad X = \frac{P_Y}{4P_X}Y$$

Συνθήκη ισορροπίας (2) $P_X X + P_Y Y = I$

$$P_X X + P_Y 4\frac{P_X}{P_Y}X = I \qquad X = \frac{I}{5 \cdot P_X}$$ Συνάρτηση ζήτησης X

$$P_X \frac{P_Y}{4 \cdot P_X}Y + P_Y Y = I \qquad Y = \frac{4 \cdot I}{5 \cdot P_Y}$$ Συνάρτηση ζήτησης Y

Παράδειγμα

(συνέχεια)

Συνάρτηση ζήτησης X $X = \frac{I}{5 \cdot P_X}$ ή $X = \frac{I/5}{P_X}$

Το X δεν εξαρτάται από το P_Y

Ο καταναλωτής αφιερώνει σταθερό μέρος του εισοδήματος του (1/5) για την αγορά του X

Συνάρτηση ζήτησης Y $Y = \frac{4 \cdot I}{5 \cdot P_Y}$ ή $Y = \frac{\frac{4}{5} I}{P_Y}$

Το Y δεν εξαρτάται από το P_X

Ο καταναλωτής αφιερώνει σταθερό μέρος του εισοδήματος του (4/5) για την αγορά του Y

Παράδειγμα

(συνέχεια)

$$\varepsilon_{X,P_X} = \frac{\partial X}{\partial P_X}\frac{P_X}{X} = -\frac{1}{5}\frac{I}{P_X{}^2}\frac{P_X}{X} = -\frac{I}{5P_X X}$$

$$\varepsilon_{X,P_Y} = \frac{\partial X}{\partial P_Y}\frac{P_Y}{X} = 0$$

$$\varepsilon_{Y,P_Y} = \frac{\partial Y}{\partial P_Y}\frac{P_Y}{Y} = -\frac{4}{5}\frac{I}{P_Y{}^2}\frac{P_Y}{Y} = -\frac{4I}{5P_Y Y}$$

$$\varepsilon_{Y,P_X} = \frac{\partial Y}{\partial P_X}\frac{P_X}{Y} = 0$$

$$\varepsilon_{X,I} = \frac{\partial X}{\partial I}\frac{I}{X} = \frac{1}{5P_X}\frac{I}{X} = \frac{I}{5P_X X}$$

$$\varepsilon_{Y,I} = \frac{\partial Y}{\partial I}\frac{I}{Y} = \frac{4}{5P_Y}\frac{I}{Y} = \frac{4I}{5P_Y Y}$$

Παράδειγμα

(συνέχεια)

$$\varepsilon_{X,P_X} + \varepsilon_{X,P_Y} + \varepsilon_{X,I} = 0 \qquad -\frac{I}{5P_X X} + 0 + \frac{I}{5P_X X} = 0$$

$$\varepsilon_{Y,P_X} + \varepsilon_{Y,P_Y} + \varepsilon_{Y,I} = 0 \qquad -\frac{4I}{5P_Y Y} + 0 + \frac{4I}{5P_Y Y} = 0$$

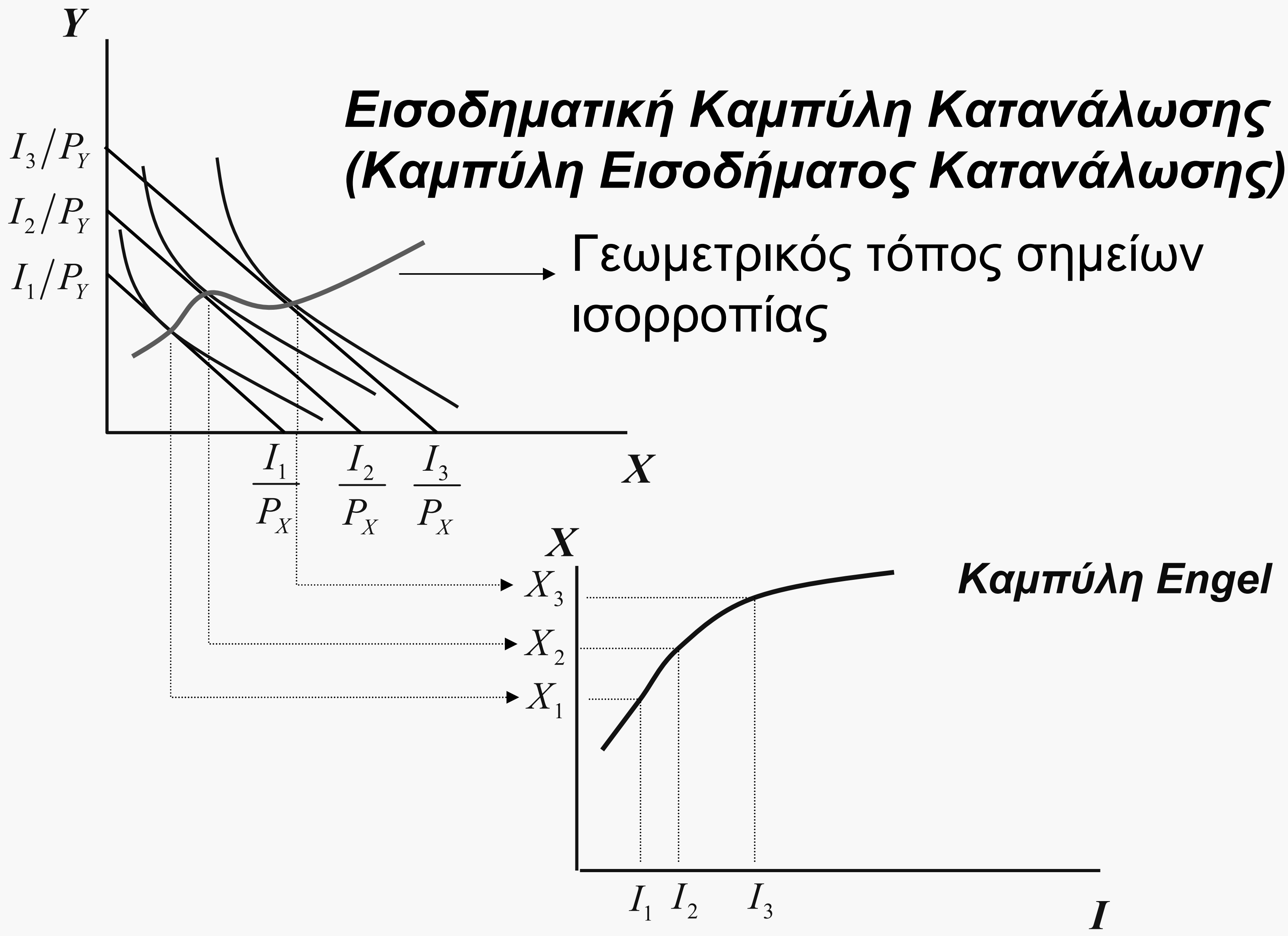
$$S_X \varepsilon_{X,I} + S_Y \varepsilon_{Y,I} = 1 \qquad \frac{1}{5}\frac{I}{5P_X X} + \frac{4}{5}\frac{4I}{5P_Y Y} = \frac{1}{25}\frac{1}{S_X} + \frac{16}{25}\frac{1}{S_Y}$$

$$= \frac{1}{25}\frac{1}{1/5} + \frac{16}{25}\frac{1}{4/5} = 1$$

$$S_X \varepsilon_{X,P_X} + S_Y \varepsilon_{Y,P_X} = -S_X \qquad -\frac{1}{5}\frac{I}{5P_X X} + \frac{4}{5}0 = -\frac{1}{5}\frac{1}{5S_X} \qquad -\frac{1}{5}\frac{1}{5\,1/5} = -\frac{1}{5}$$

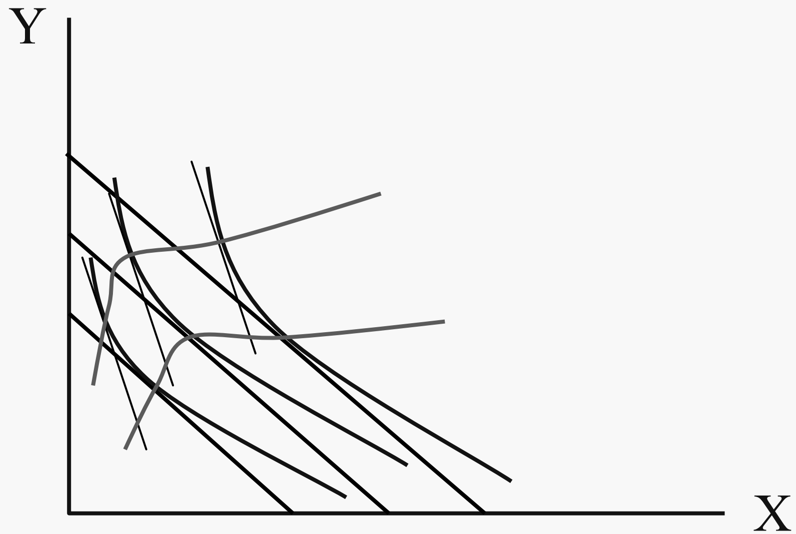
$$S_X \varepsilon_{X,P_Y} + S_Y \varepsilon_{Y,P_Y} = -S_Y \qquad \frac{1}{5}0 - \frac{4}{5}\frac{4I}{5P_Y Y} = -\frac{4}{5}\frac{4}{5S_Y} \qquad -\frac{4}{5}\frac{4}{5\,4/5} = -\frac{4}{5}$$

Μεταβολή στο εισόδημα του καταναλωτή



Χαρακτηριστικά εισοδηματικών καμπυλών κατανάλωσης

- Το σχήμα και η θέση της ΕΚΚ εξαρτάται από τον χάρτη καμπυλών αδιαφορίας και το επίπεδο των σταθερών λόγων τιμών.
- Για κάθε χάρτη αδιαφορίας υπάρχει ολόκληρη οικογένεια ΕΚΚ (αντιστοιχούν σε διαφορετικό λόγο τιμών).
- Οι ΕΚΚ ξεκινούν από την αρχή των αξόνων.
- Μία ΕΚΚ τέμνει κάθε μία από τις καμπύλες αδιαφορίας σε ένα μόνο σημείο.
- ΕΚΚ που αντλούνται από τον ίδιο χάρτη αδιαφορίας δεν τέμνονται.



Μορφές καμπυλών Engel

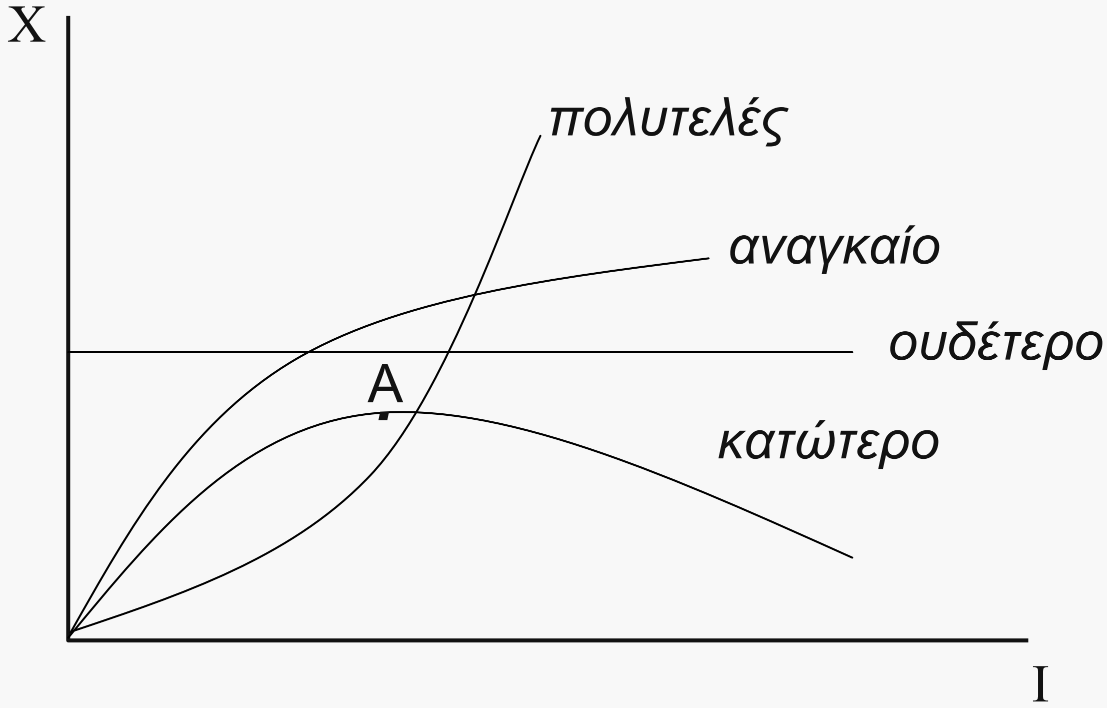
Όταν $\frac{\Delta X}{\Delta I} > 0 \; \left(\varepsilon_{X,I} > 0\right)$ X ***κανονικό*** αγαθό

Όταν $\varepsilon_{X,I} > 1$ ***πολυτελείας***

Όταν $\varepsilon_{X,I} < 1$ ***αναγκαίο***

Όταν $\frac{\Delta X}{\Delta I} < 0 \left(\varepsilon_{X,I} < 0\right)$ X ***κατώτερο*** αγαθό

Όταν $\frac{\Delta X}{\Delta I} = 0 \left(\varepsilon_{X,I} = 0\right)$ X ***ουδέτερο*** αγαθό

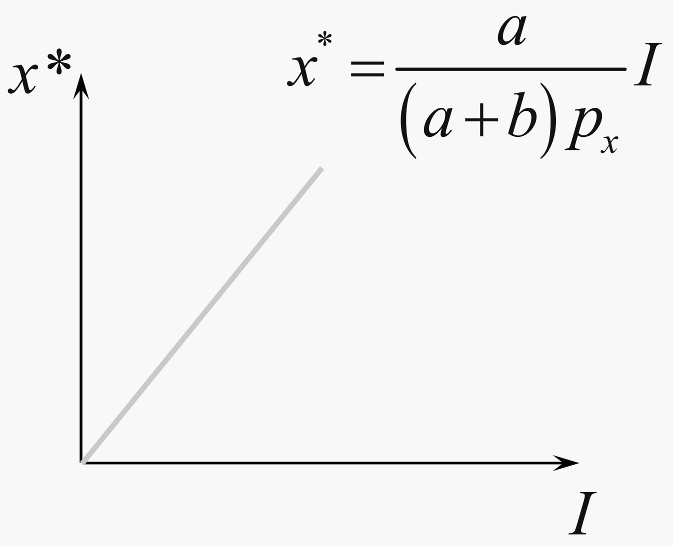


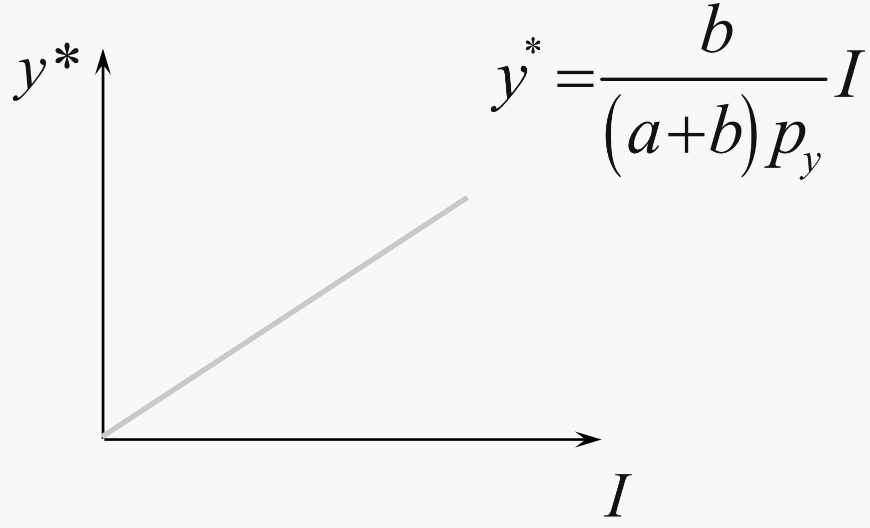
Όλα τα αγαθά δεν μπορεί να είναι κατώτερα (Αξίωμα μη κορεσμού)

Μορφές καμπυλών Engel: Μερικά παραδείγματα

Προτιμήσεις Cobb-Douglas: $U(x,y)=x^a y^b$

$$x^*(p_x,p_y,I)=\frac{a}{a+b}\times\frac{I}{p_x} \qquad y^*(p_x,p_y,I)=\frac{b}{a+b}\times\frac{I}{p_y}$$



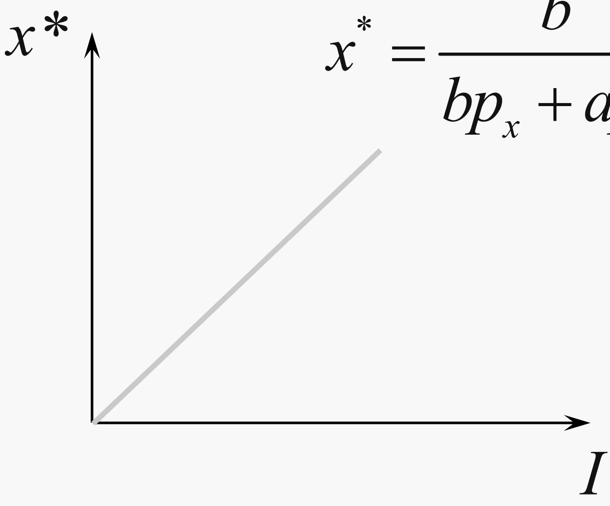


Μορφές καμπυλών Engel: Μερικά παραδείγματα

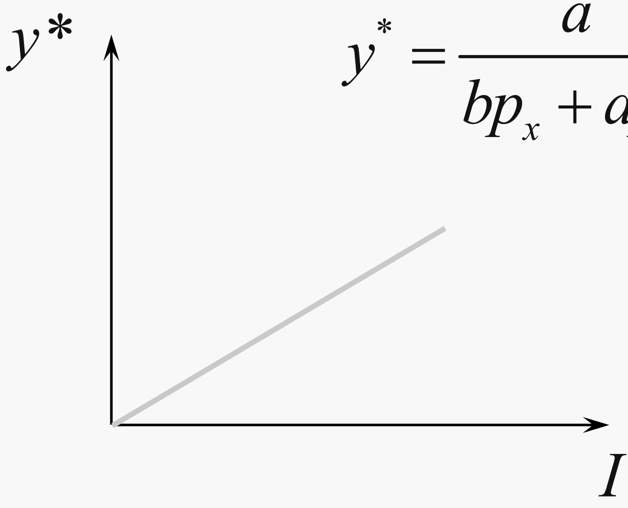
Τέλεια συμπληρωματικά: $U(x,y)=\min\{ax,by\}$

$$x^*(p_x,p_y,I)=\frac{b}{bp_x+p_ya}I \qquad y^*(p_x,p_y,I)=\frac{a}{bp_x+p_ya}I$$

$$x^*=\frac{b}{bp_x+ap_y}I$$



$$y^*=\frac{a}{bp_x+ap_y}I$$

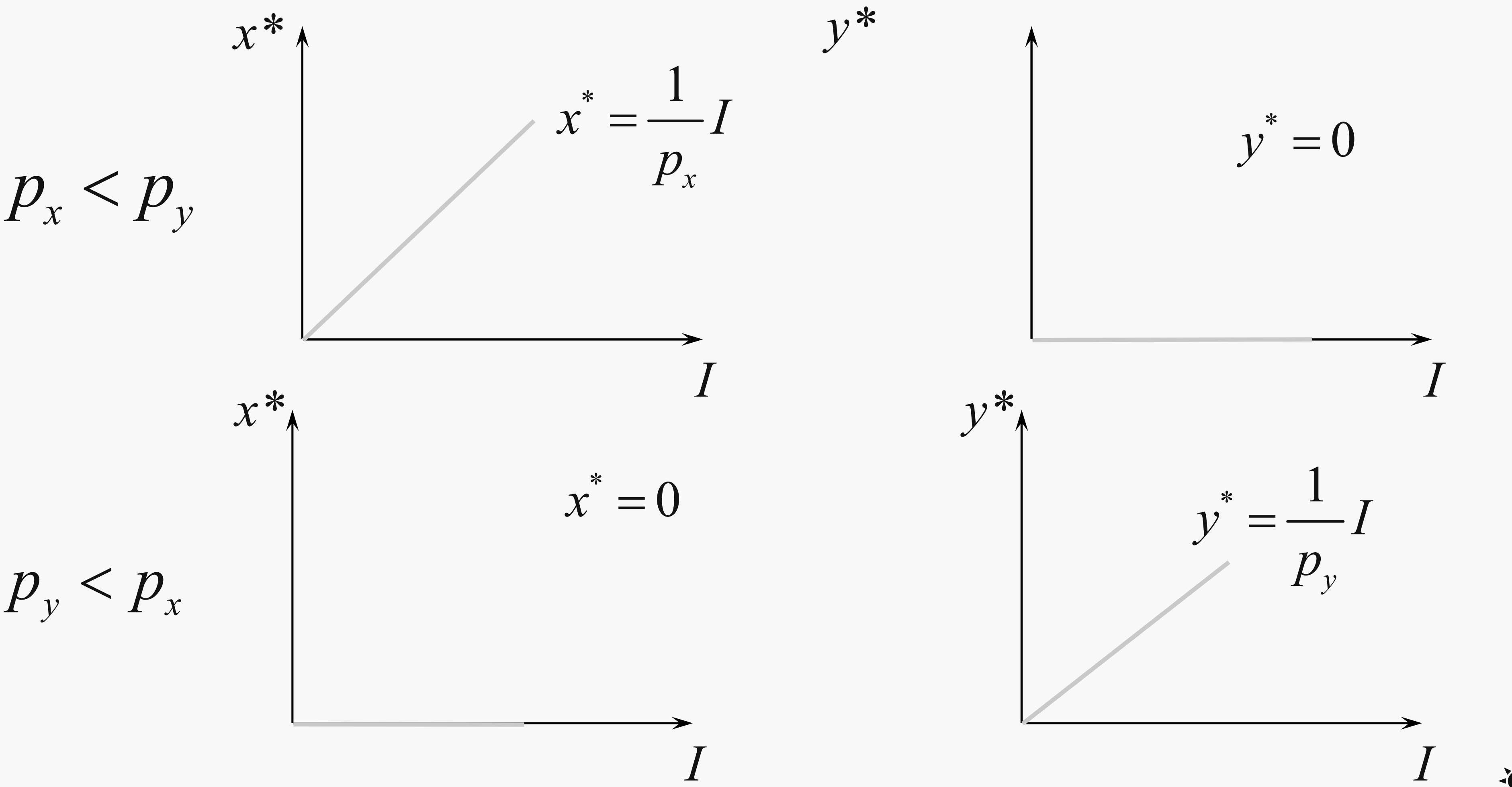


Μορφές καμπυλών Engel: Μερικά παραδείγματα

Τέλεια υποκατάστατα: $U(x,y) = x + y$

$$x^*(p_x, p_y, I) = \begin{cases} 0, & \text{εάν } p_x > p_y \\ I / p_x, & \text{εάν } p_x < p_y \end{cases}$$

$$y^*(p_x, p_y, I) = \begin{cases} 0, & \text{εάν } p_y > p_x \\ I / p_y, & \text{εάν } p_y < p_x \end{cases}$$



Μορφές καμπυλών Engel: Μερικά παραδείγματα

Οι καμπύλες Engel είναι ευθείες μόνο εάν οι προτιμήσεις του καταναλωτή είναι ομοθετικές.

Οι προτιμήσεις του καταναλωτή είναι ομοθετικές εάν και μόνο εάν:

$$\left(x_1, y_1\right) \succ \left(x_2, y_2\right) \Leftrightarrow \left(kx_1, ky_1\right) \succ \left(kx_2, ky_2\right)$$

για κάθε $\kappa > 0$.

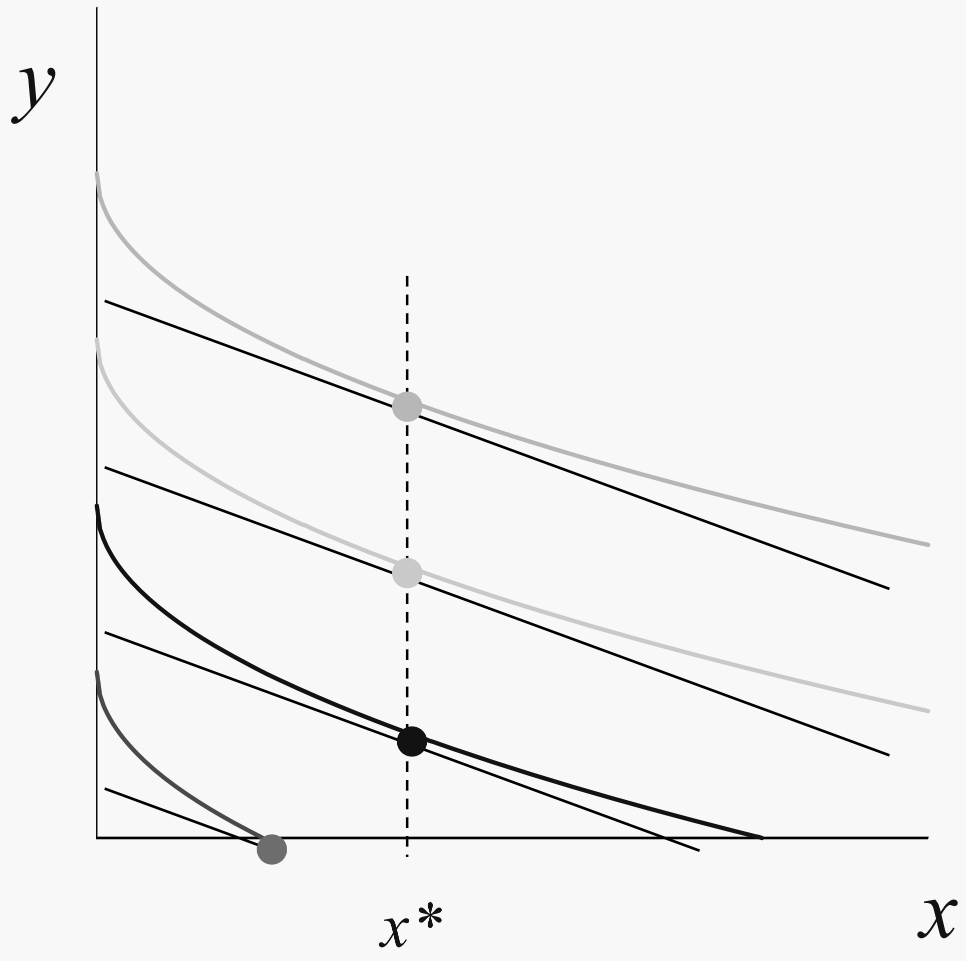
Σε αυτήν την περίπτωση η καμπύλη εισοδήματος κατανάλωσης είναι ευθεία διερχόμενη από την αρχή των αξόνων.

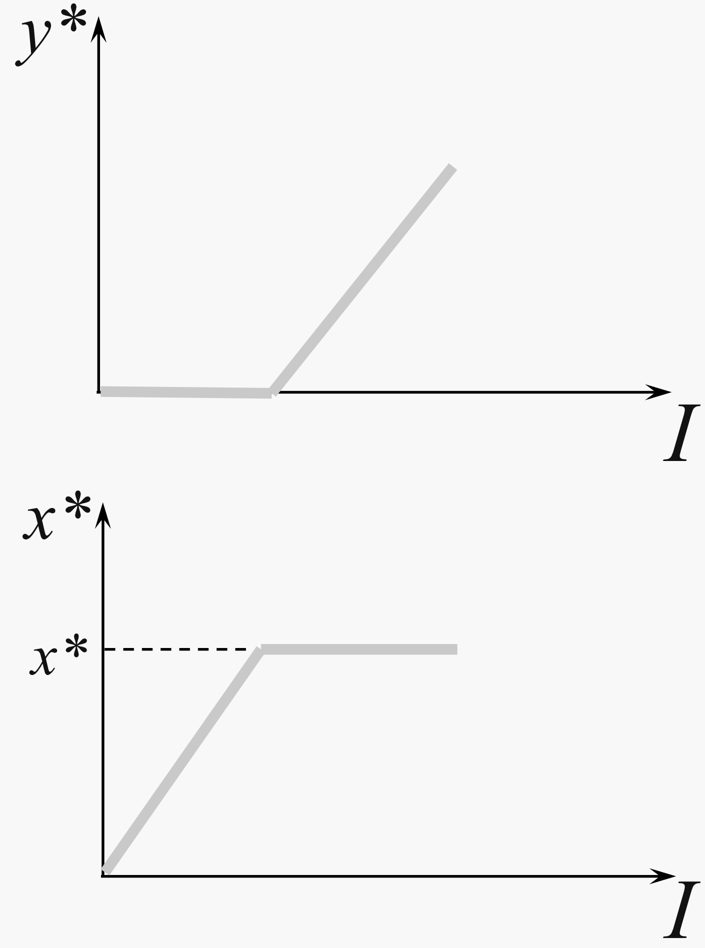
Αυτό συνεπάγεται ότι και οι καμπύλες Engel είναι ευθείες γραμμές.

Μορφές καμπυλών Engel: Μερικά παραδείγματα

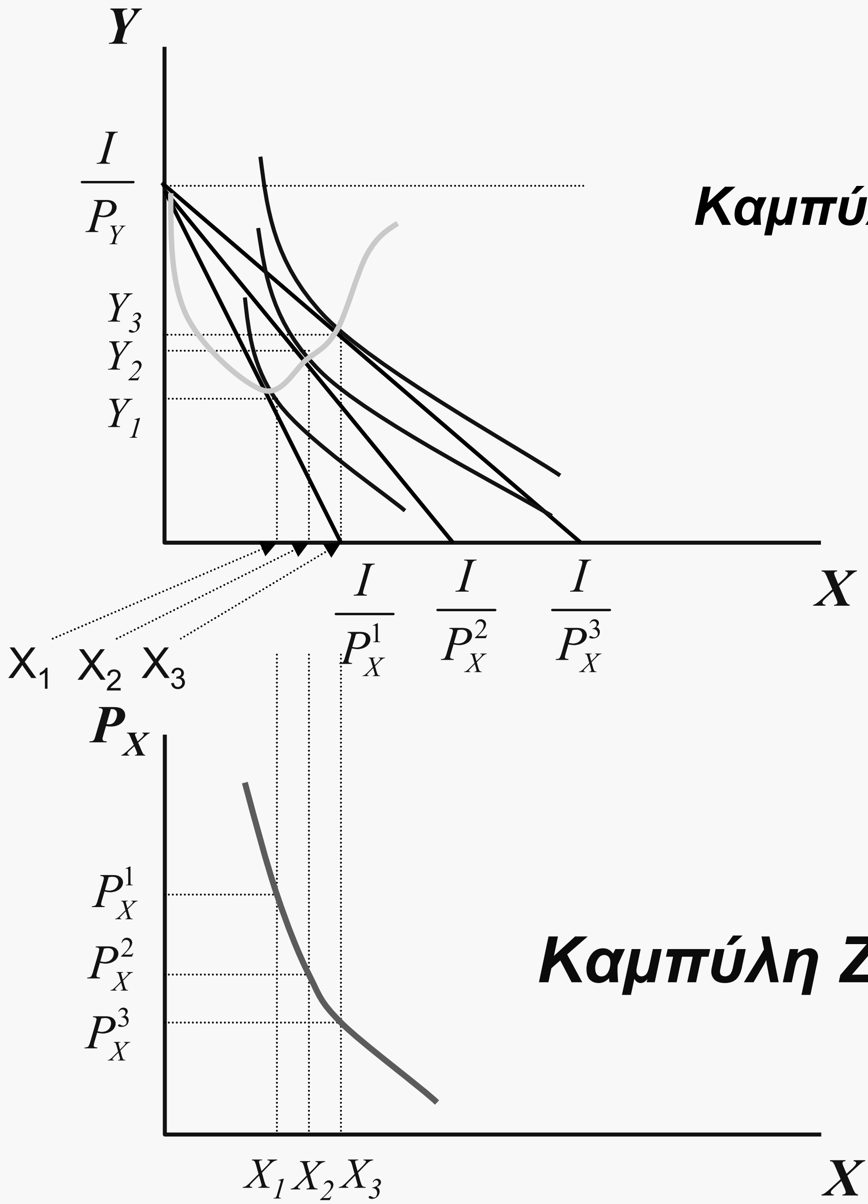
Μη ομοθετικές προτιμήσεις: οιωνεί γραμμικές προτιμήσεις.

$$U(x,y)=f\left(x\right)+y$$





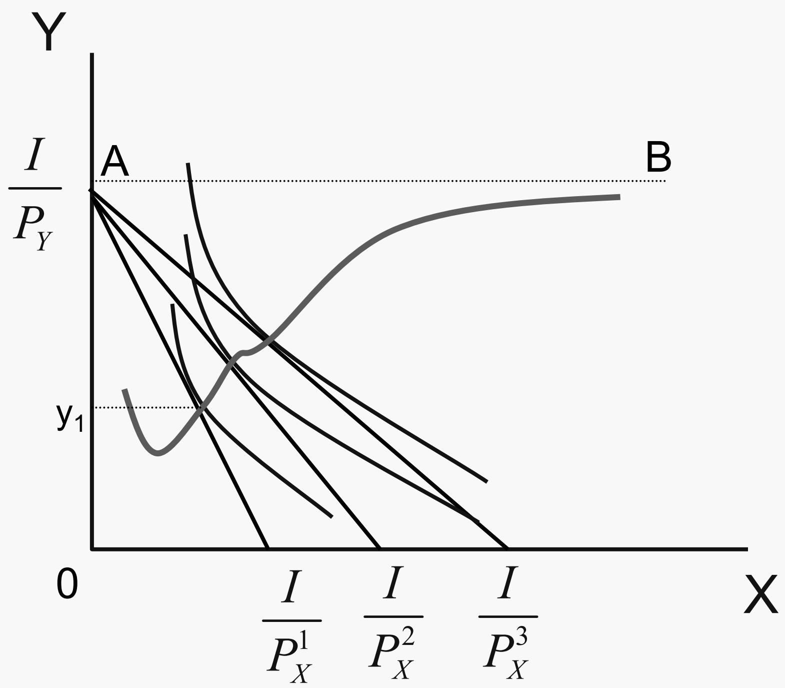
Μεταβολή στην τιμή ενός αγαθού



Καμπύλη Κατανάλωσης ως προς την Τιμή

Καμπύλη Ζήτησης

Ιδιότητες της Καμπύλης Κατανάλωσης Τιμής



- $P_X \uparrow \;\Rightarrow\; X \to 0,\, Y \to A$
- Η Κ.Κ.Τ. βρίσκεται πάντα κάτω από την AB
- Όταν η Κ.Κ.Τ. έχει αρνητική κλίση $P_X \downarrow \;\Rightarrow\; X \uparrow,\, Y \downarrow$

  Δαπάνη για Y ↓

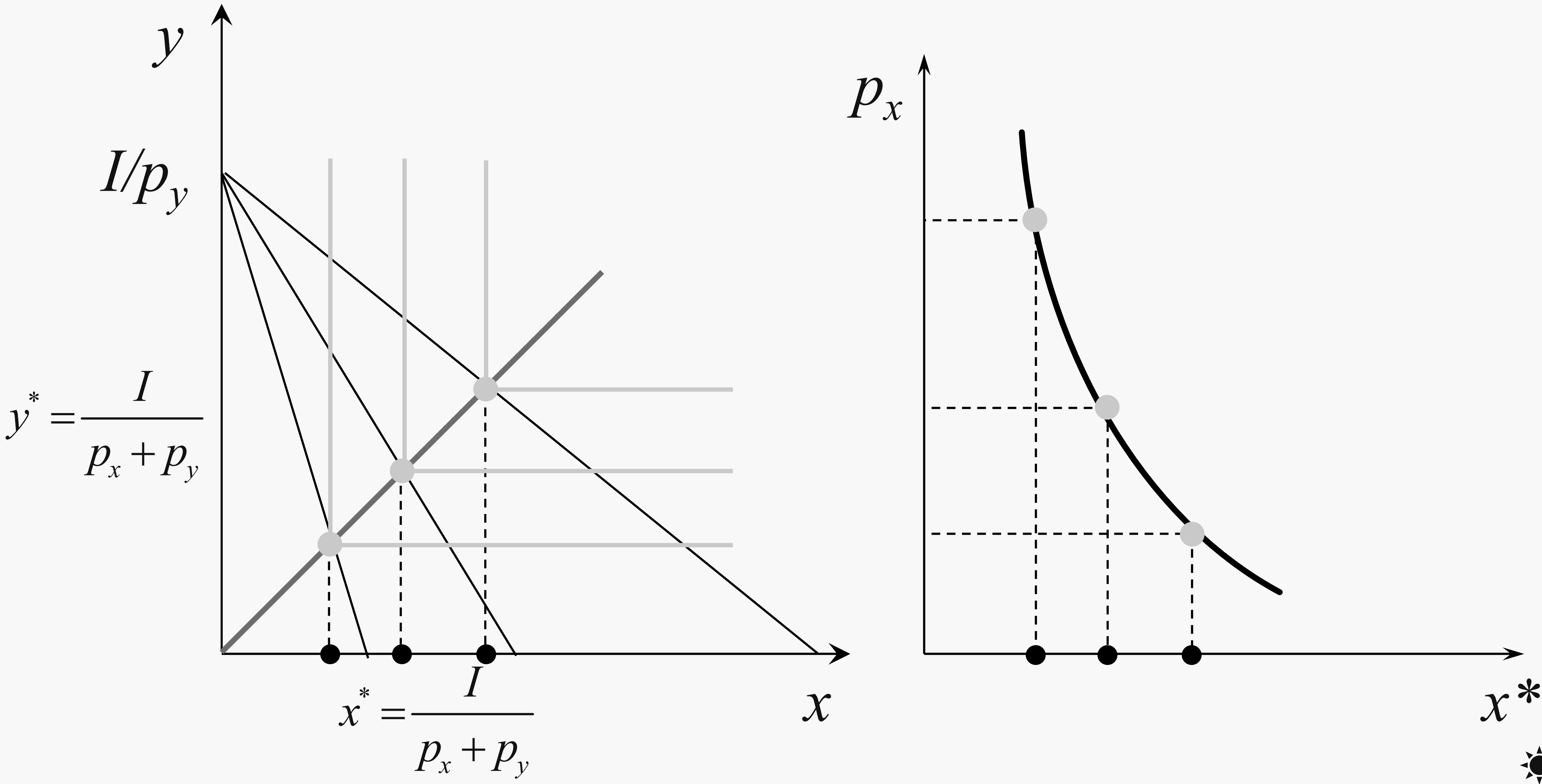
  Δαπάνη για X ↑

  $\varepsilon_{X,P_X} > 1$
- Όταν η Κ.Κ.Τ. έχει θετική κλίση $\varepsilon_{X,P_X} < 1$
- Όταν η Κ.Κ.Τ. έχει μηδενική κλίση $\varepsilon_{X,P_X} = 1$

Μεταβολή στην τιμή ενός αγαθού: Παραδείγματα

Τέλεια συμπληρωματικά $U(x,y)=\min\{x,y\}$

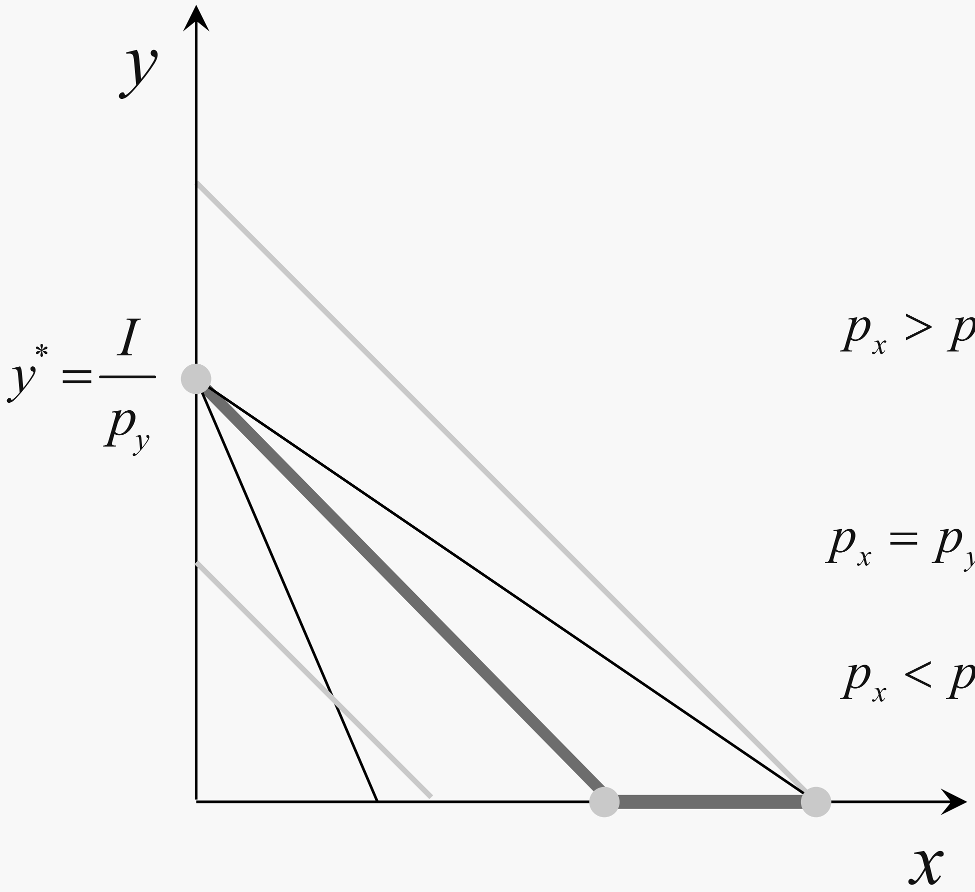
$$x^*(p_x,p_y,I)=y^*(p_x,p_y,I)=\frac{I}{p_x+p_y}$$

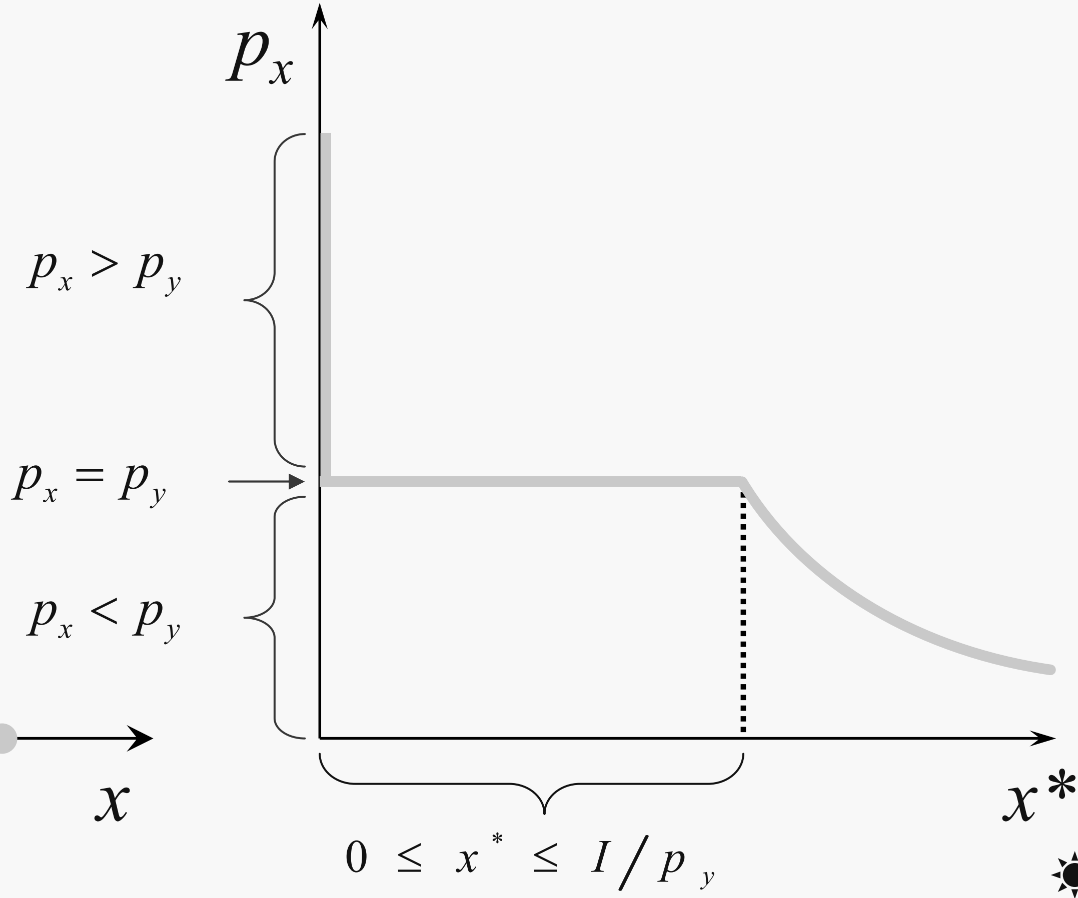


Μεταβολή στην τιμή ενός αγαθού: Παραδείγματα

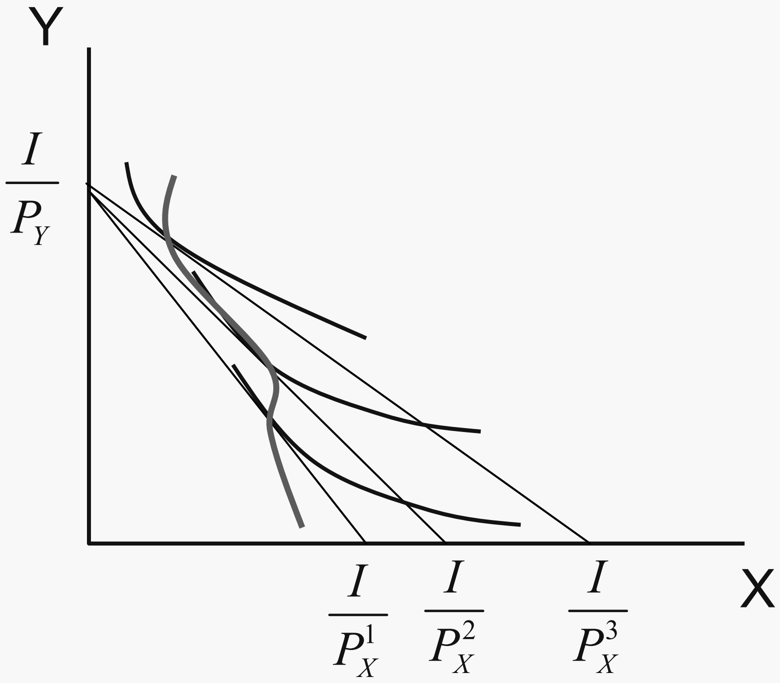
Τέλεια υποκατάστατα $U(x,y) = x + y$

$$x^*\left(p_x, p_y, I\right) = \begin{cases} 0, & \text{εάν } p_x > p_y \\ I/p_x, & \text{εάν } p_x < p_y \end{cases}$$





Η θεωρία συμπεριφοράς του καταναλωτή αποδεικνύει ότι η καμπύλη ζήτησης έχει αρνητική κλίση;



Καμπύλη Ζήτησης με Θετική κλίση

Η θεωρία συμπεριφοράς του καταναλωτή *δεν αποκλείει* καμπύλη ζήτησης με *θετική κλίση*

- Πόσο πιθανή είναι η εκδοχή αυτή; → Αγαθό Giffen

-Κάτω από ποιες προϋποθέσεις μπορεί να συμβεί αυτό ;
Κατώτερο αγαθό, έλλειψη υποκατάστατων, η δαπάνη για το αγαθό αποτελεί μεγάλο μέρος του εισοδήματος.

Αποκαλυφθείσα προτίμηση

Ας υποθέσουμε ότι παρατηρούμε τις ζητήσεις (καταναλωτικές επιλογές) ενός καταναλωτή για διαφορετικά εισοδήματα.

Αυτό μας αποκαλύπτει κάποιες πληροφορίες για τις προτιμήσεις του καταναλωτή.

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις πληροφορίες αυτές για να:

- ➢ Δοκιμάσουμε την υπόθεση ότι, μεταξύ των διαθέσιμων συνδυασμών, ένας καταναλωτής επιλέγει τον καλύτερο δυνατό.
- ➢ Ανακαλύψουμε τις προτιμήσεις του καταναλωτή.

Υποθέσεις για τις προτιμήσεις:

- ❖ δεν αλλάζουν ενώ συλλέγονται τα σχετικά με την επιλογή στοιχεία
- ❖ είναι αυστηρά κυρτές
- ❖ είναι μονοτονικές

Ο προτιμότερος προσιτός συνδυασμός είναι μοναδικός

Αποκαλυφθείσα προτίμηση

Άμεση αποκάλυψη προτίμησης:

Έστω (x_1,y_1) ο συνδυασμός που αγοράστηκε σε τιμές (p_x,p_y) με εισόδημα I.

Έστω και ένα άλλος τυχαίος εφικτός συνδυασμός (x_2,y_2). Θα ισχύει:

$$\begin{array}{l} p_x x_1 + p_y y_1 = I \\ p_x x_2 + p_y y_2 \leq I \end{array} \Rightarrow p_x x_1 + p_y y_1 \geq p_x x_2 + p_y y_2$$

Αν ικανοποιείται η παραπάνω ανισότητα τότε λέμε ότι ο συνδυασμός (x_1,y_1) έχει **άμεσα αποκαλυφθεί προτιμότερος** του (x_2,y_2). Δηλαδή:

$$(x_1,y_1) \succ (x_2,y_2)$$

Αποκαλυφθείσα προτίμηση

Έμμεση αποκάλυψη προτίμησης:

Έστω (x_1,y_1) ο συνδυασμός που αγοράστηκε σε τιμές (p_x,p_y) με εισόδημα I_1.

Έστω και ένα άλλος τυχαίος εφικτός συνδυασμός (x_2,y_2). Θα ισχύει:

$$(x_1,y_1) \succ (x_2,y_2)$$

Έστω (x_2,y_2) ο συνδυασμός που αγοράστηκε σε τιμές (p_x',p_y') με εισόδημα I_2.

Έστω και ένα άλλος τυχαίος εφικτός συνδυασμός (x_3,y_3). Θα ισχύει:

$$(x_2,y_2) \succ (x_3,y_3)$$

Λόγω της μεταβατικότητας μπορούμε να γράψουμε:

$$(x_1,y_1) \succ (x_3,y_3)$$

Τότε λέμε ότι ο συνδυασμός (x_1,y_1) έχει **έμμεσα αποκαλυφθεί προτιμότερος** του (x_3,y_3).

Το ασθενές αξίωμα αποκαλυφθείσας προτίμησης (WARP)

Αν ο συνδυασμός (x_1,y_1) έχει άμεσα αποκαλυφθεί προτιμότερος του (x_2,y_2) και οι δύο συνδυασμοί δεν ταυτίζονται, τότε αποκλείεται ο (x_2,y_2) να έχει αποκαλυφθεί άμεσα προτιμότερος του (x_1,y_1).

Δηλαδή, αν ο συνδυασμός (x_1,y_1) επιλέγεται σε τιμές (p_x,p_y) και ο συνδυασμός (x_2,y_2) επιλέγεται σε τιμές (p_x',p_y'), τότε αν:

$$p_x x_1 + p_y y_1 \geq p_x x_2 + p_y y_2$$

δεν πρέπει να ισχύει η περίπτωση ότι:

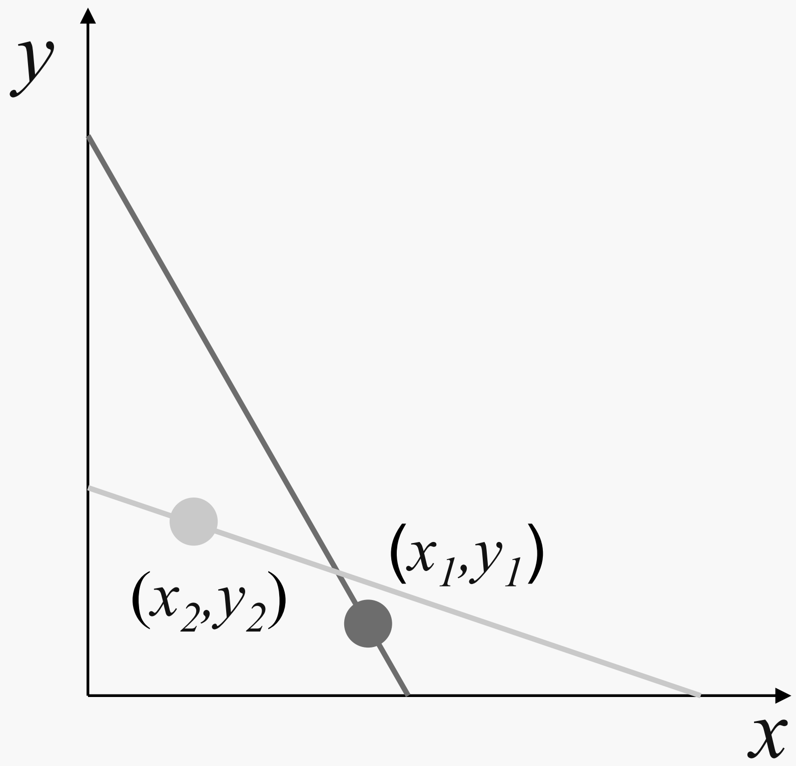
$$p_x' x_2 + p_y' y_2 \geq p_x' x_1 + p_y' y_1$$

Το ασθενές αξίωμα αποκαλυφθείσας προτίμησης (WARP)

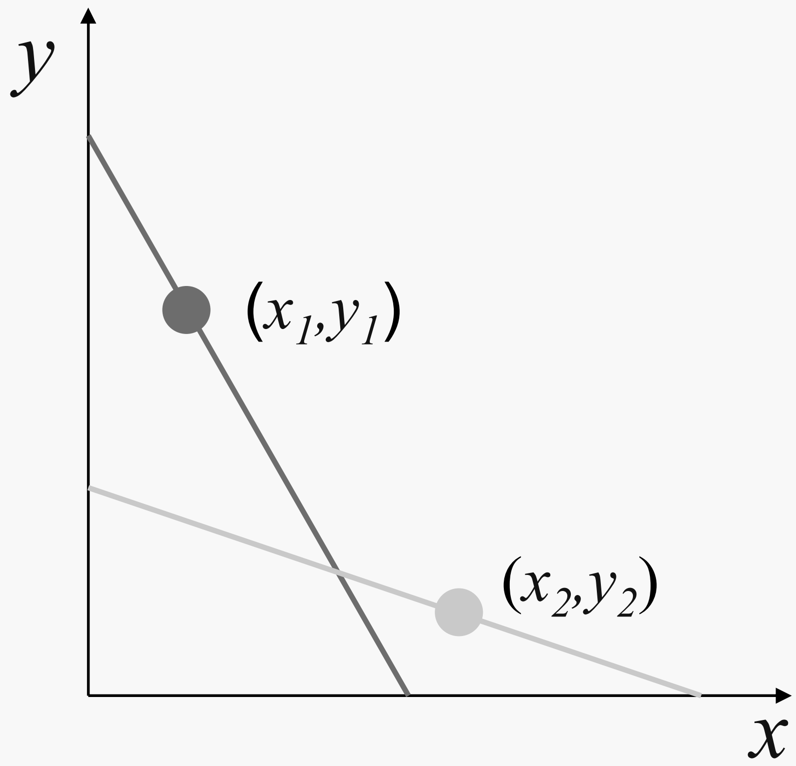
Στοιχεία επιλογής, που παραβιάζουν το WARP δεν είναι οικονομικώς ορθολογικά.

Το WARP είναι μια ***αναγκαία*** συνθήκη για να εξηγήσουμε τις παρατηρούμενες επιλογές από ορθολογική οικονομικά άποψη.

<u>Παραβίαση του WARP</u>:



<u>Ικανοποίηση του WARP</u>:



Έλεγχος του WARP

Ένας καταναλωτής κάνει τις ακόλουθες επιλογές:

- Σε τιμές $(p_x,p_y) = (€2, €2)$, η επιλογή ήταν $(x_1,y_1) = (10,1)$.
  - Σε τιμές $(p_x{}',p_y{}') = (€2, €1)$, η επιλογή ήταν $(x_2,y_2) = (5,5)$.
  - Σε τιμές $(p_x{}'',p_y{}'') = (€1, €2)$, η επιλογή ήταν $(x_3,y_3) = (5,4)$.

Παραβιάζεται το WARP από τα στοιχεία αυτά;

Επιλογές / Τιμές	(10, 1)	(5, 5)	(5, 4)
(€2, €2)	€22	€20	€18
(€2, €1)	€21	€15	€14
(€1, €2)	€12	€15	€13

Έλεγχος του WARP

Με κόκκινο είναι το κόστος των επιλεγμένων συνδυασμών.
Οι αριθμοί σε κύκλο αντιπροσωπεύουν προσιτούς συνδυασμούς που δεν επελέγησαν.
Παραβίαση του WARP: Ο συνδυασμός (10,1) αποκαλύπτεται άμεσα προτιμότερος του (5,4), αλλά ο (5,4) αποκαλύπτεται άμεσα προτιμότερος του (10,1).

Επιλογές / Τιμές	(10, 1)	(5, 5)	(5, 4)
(€2, €2)	€22	€20	€18
(€2, €1)	€21	€15	€14
(€1, €2)	€12	€15	€13

Το ισχυρό αξίωμα αποκαλυφθείσας προτίμησης (SARP)

Αν ο συνδυασμός (x_1,y_1) έχει αποκαλυφθεί προτιμότερος του (x_2,y_2) (άμεσα ή έμμεσα) και οι δύο συνδυασμοί δεν ταυτίζονται, τότε αποκλείεται ο (x_2,y_2) να έχει αποκαλυφθεί είτε άμεσα είτε έμμεσα προτιμότερος του (x_1,y_1).

<u>Ποια στοιχεία επιλογής θα ικανοποιούσαν το WARP και θα παραβίαζαν το SARP</u>;

Έλεγχος SARP

Έστω τα ακόλουθα στοιχεία:

A: $(p_x, p_y, p_z) = (1,3,10)$ και $(x_1, y_1, z_1) = (3,1,4)$

B: $(p_x', p_y', p_z') = (4,3,6)$ και $(x_2, y_2, z_2) = (2,5,3)$

C: $(p_x'', p_y'', p_z'') = (1,1,5)$ και $(x_3, y_3, z_3) = (4,4,3)$

Επιλογές / Τιμές	A	B	C
A	€46	€47	€46
B	€39	€41	€46
C	€24	€22	€23

Έλεγχος SARP

Με κόκκινο είναι το κόστος των επιλεγμένων συνδυασμών.
Οι αριθμοί σε κύκλο αντιπροσωπεύουν προσιτούς συνδυασμούς που δεν επελέγησαν. Άρα: $A \succ C,\ B \succ A,\ C \succ B$
Βάσει της μεταβατικότητας όμως: $A \succ B, C \succ A, B \succ C$
Τα τετράγωνα αντιπροσωπεύουν συνδυασμούς που αποκαλύπτονται έμμεσα προτιμότεροι.

Επιλογές / Τιμές	A	B	C
A	€46	$\boxed{€47}$	€46
B	€39	€41	$\boxed{€46}$
C	$\boxed{€24}$	€22	€23

Έλεγχος SARP

Τα στοιχεία δεν παραβιάζουν το WARP αλλά υπάρχουν 3 παραβιάσεις του SARP.
Το SARP είναι **αναγκαία** και **ικανή** συνθήκη για να εξηγήσουμε τις παρατηρούμενες επιλογές από ορθολογική οικονομικά άποψη

Επιλογές / Τιμές	A	B	C
A	€46	$\boxed{€47}$	€46
B	€39	€41	$\boxed{€46}$
C	$\boxed{€24}$	€22	€23

Ανάκτηση καμπυλών αδιαφορίας

Ας υποθέσουμε ότι παρατηρούμε:

A: $(p_{x1},p_{y1}) = (€1,€1)$ και $(x_1,y_1) = (15,15)$

B: $(p_{x2},p_{y2}) = (€2,€1)$ και $(x_2,y_2) = (10,20)$

C: $(p_{x3},p_{y3}) = (€1,€2)$ και $(x_3,y_3) = (20,10)$

D: $(p_{x4},p_{y4}) = (€2,€5)$ και $(x_4,y_4) = (30,12)$

E: $(p_{x5},p_{y5}) = (€5,€2)$ και $(x_5,y_5) = (12,30)$

Πού βρίσκεται η καμπύλη αδιαφορίας, η οποία περιλαμβάνει το συνδυασμό A = $(15,15)$;

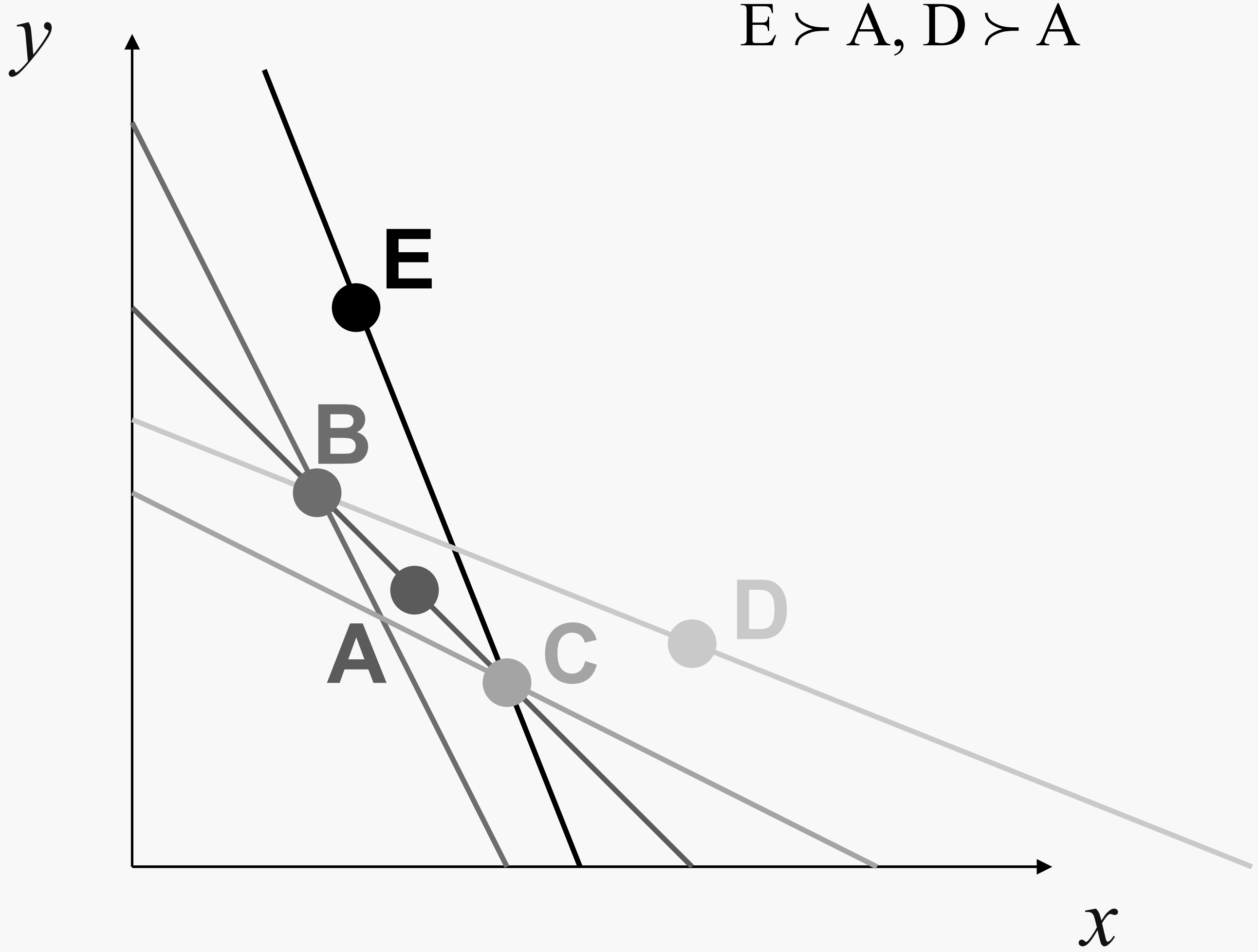
WARP και SARP δεν παραβιάζονται.

	A	B	C	D	E
A	30	30	30	42	42
B	45	40	50	72	54
C	45	50	40	54	72
D	105	120	90	120	174
E	105	90	120	174	120

Ανάκτηση καμπυλών αδιαφορίας

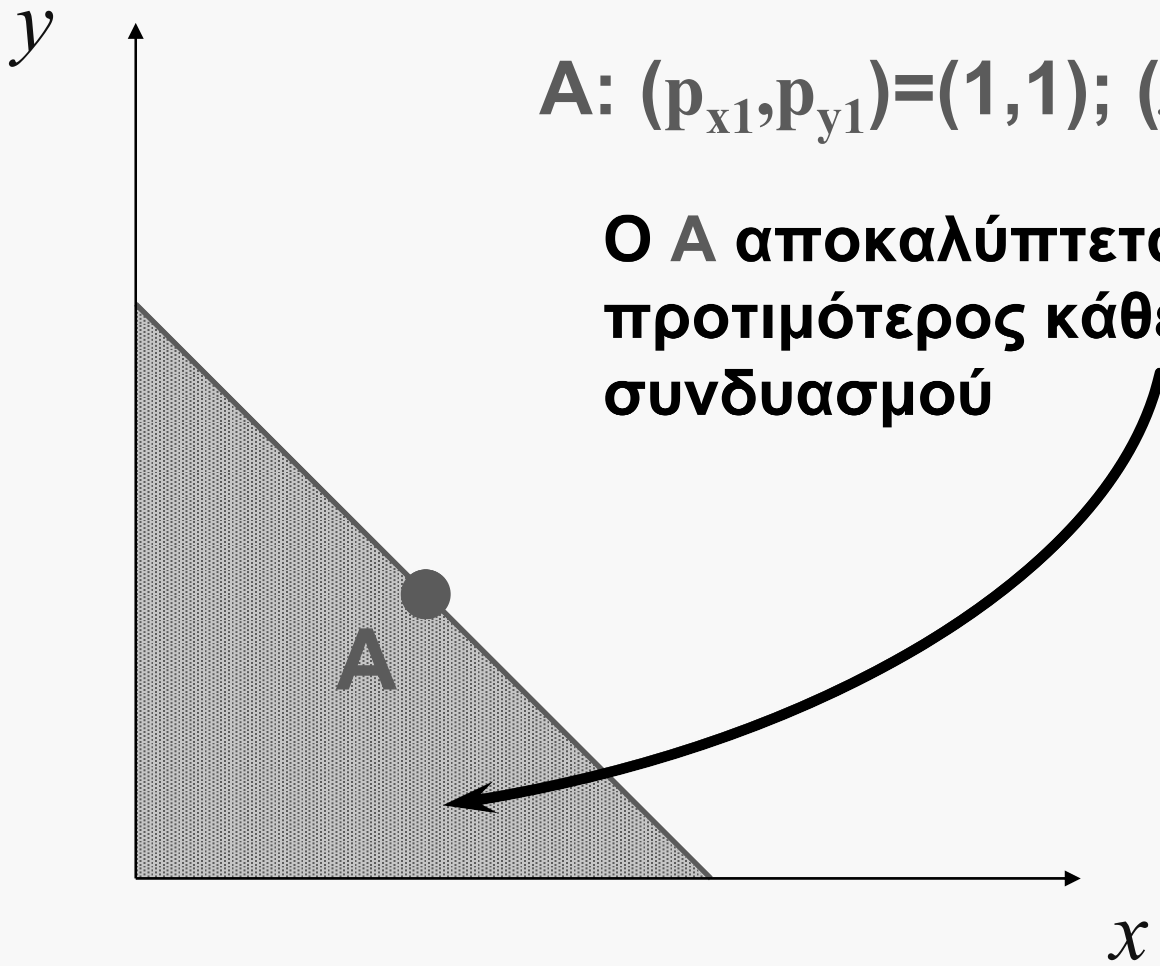
Ισχύει ότι $A \succ B$, $A \succ C$ και

$E \succ A$, $D \succ A$



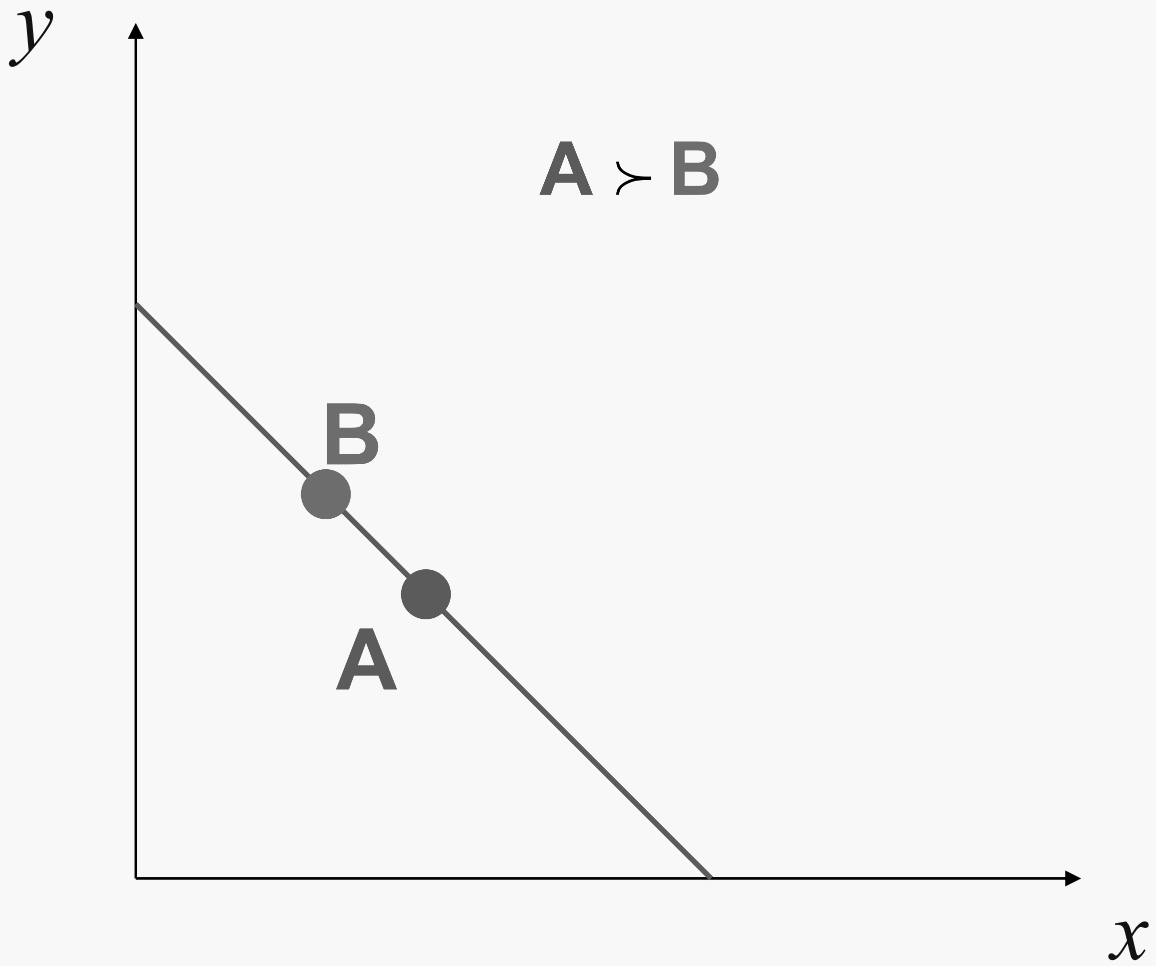
Ανάκτηση καμπυλών αδιαφορίας

A: $(p_{x1},p_{y1})=(1,1)$; $(x_1,y_1)=(15,15)$.



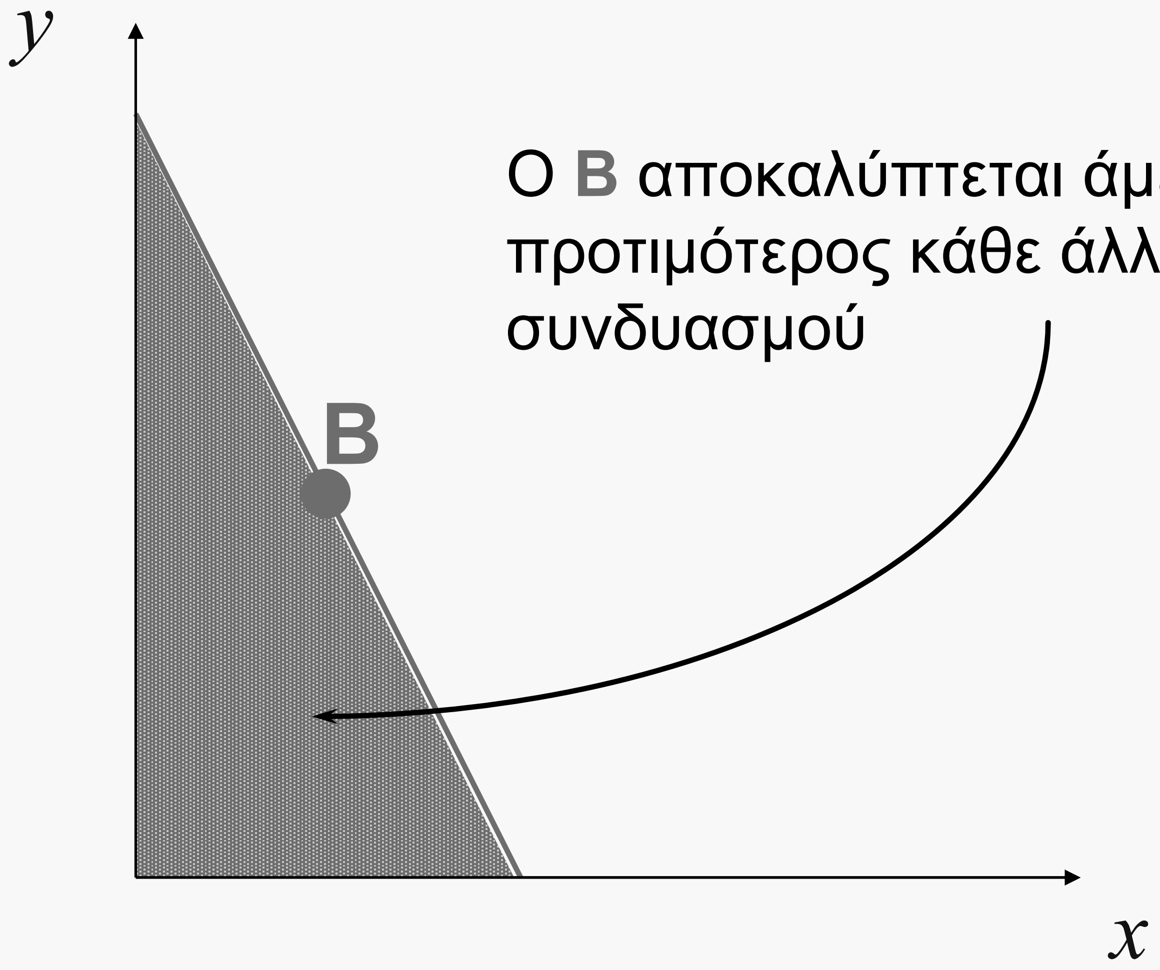
Ο A αποκαλύπτεται άμεσα προτιμότερος κάθε άλλου συνδυασμού

Ανάκτηση καμπυλών αδιαφορίας

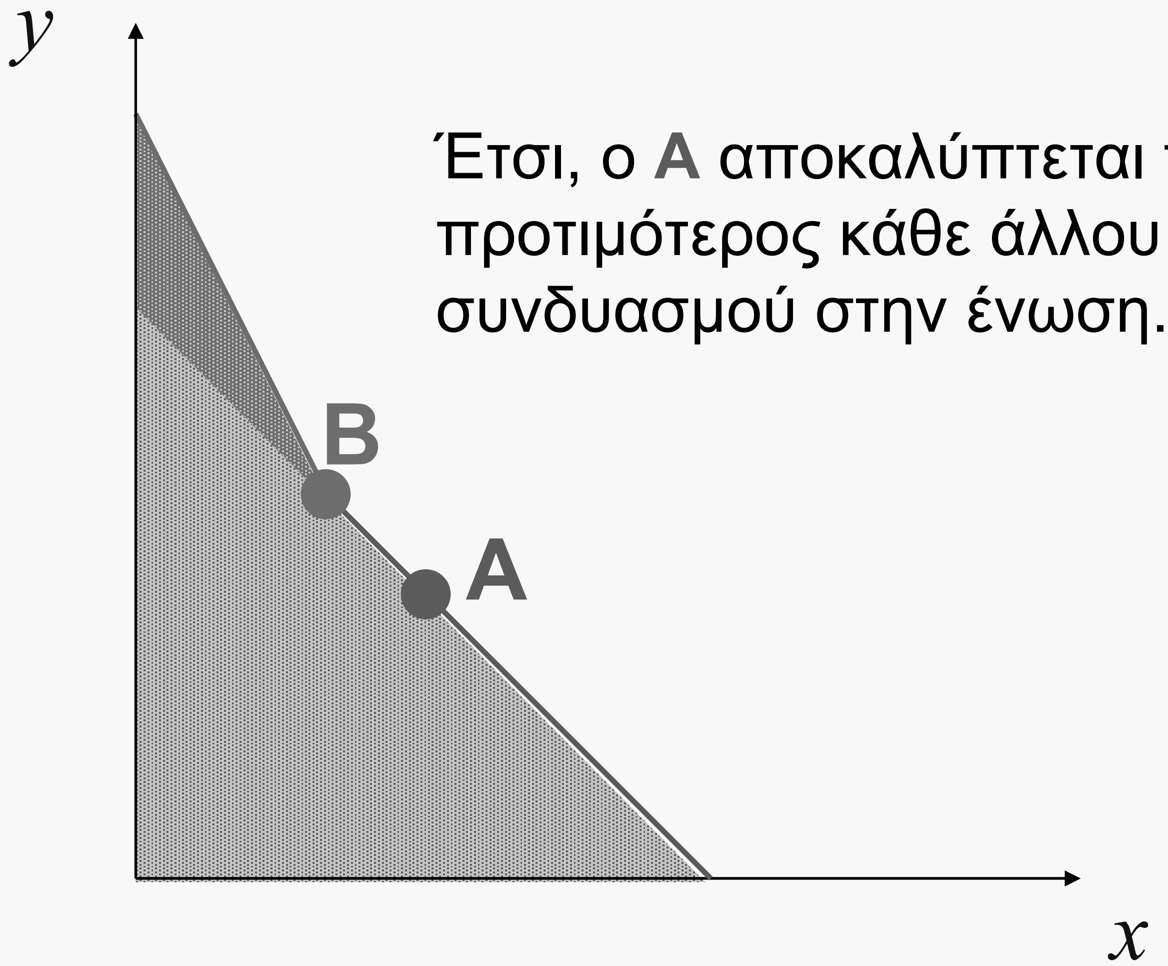


Ανάκτηση καμπυλών αδιαφορίας

Ο **B** αποκαλύπτεται άμεσα προτιμότερος κάθε άλλου συνδυασμού

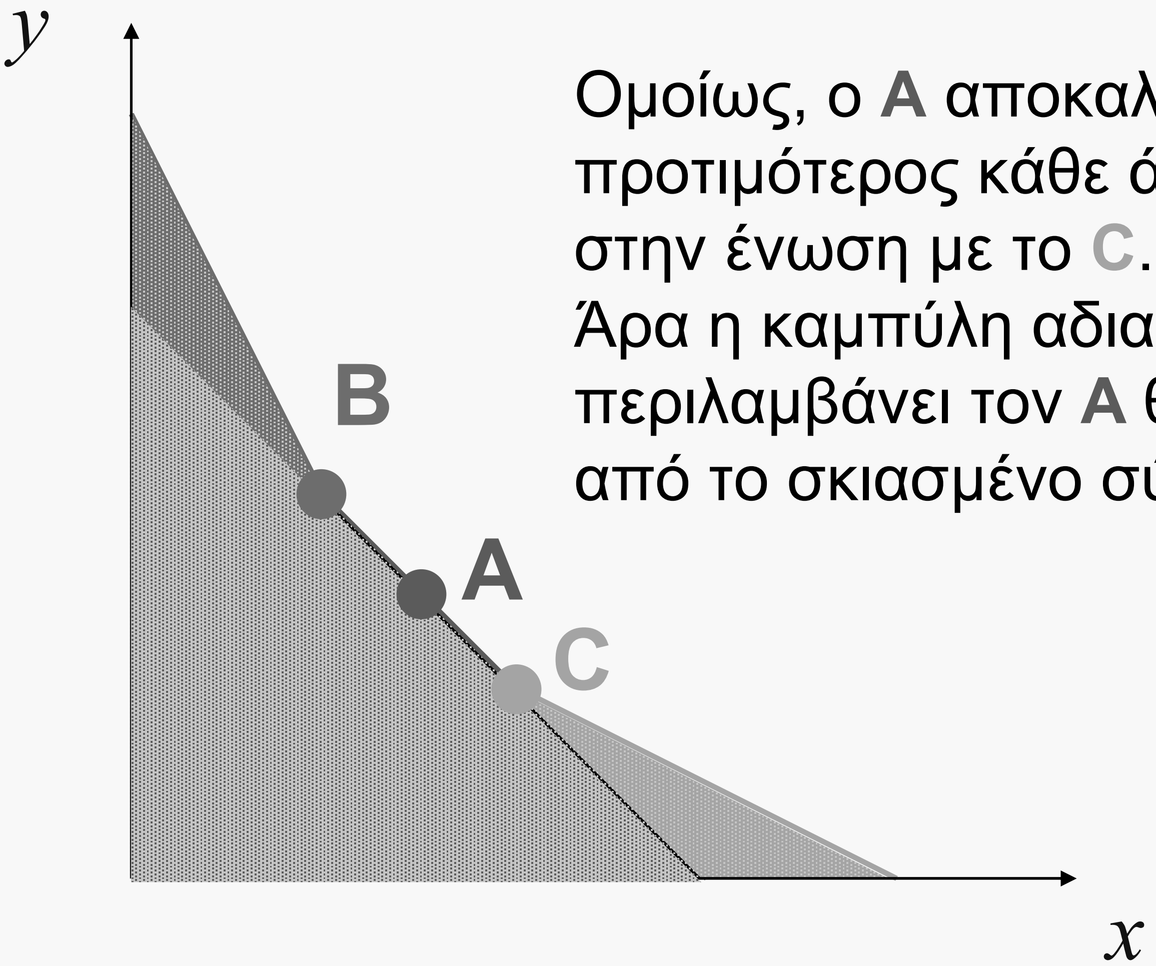


Ανάκτηση καμπυλών αδιαφορίας



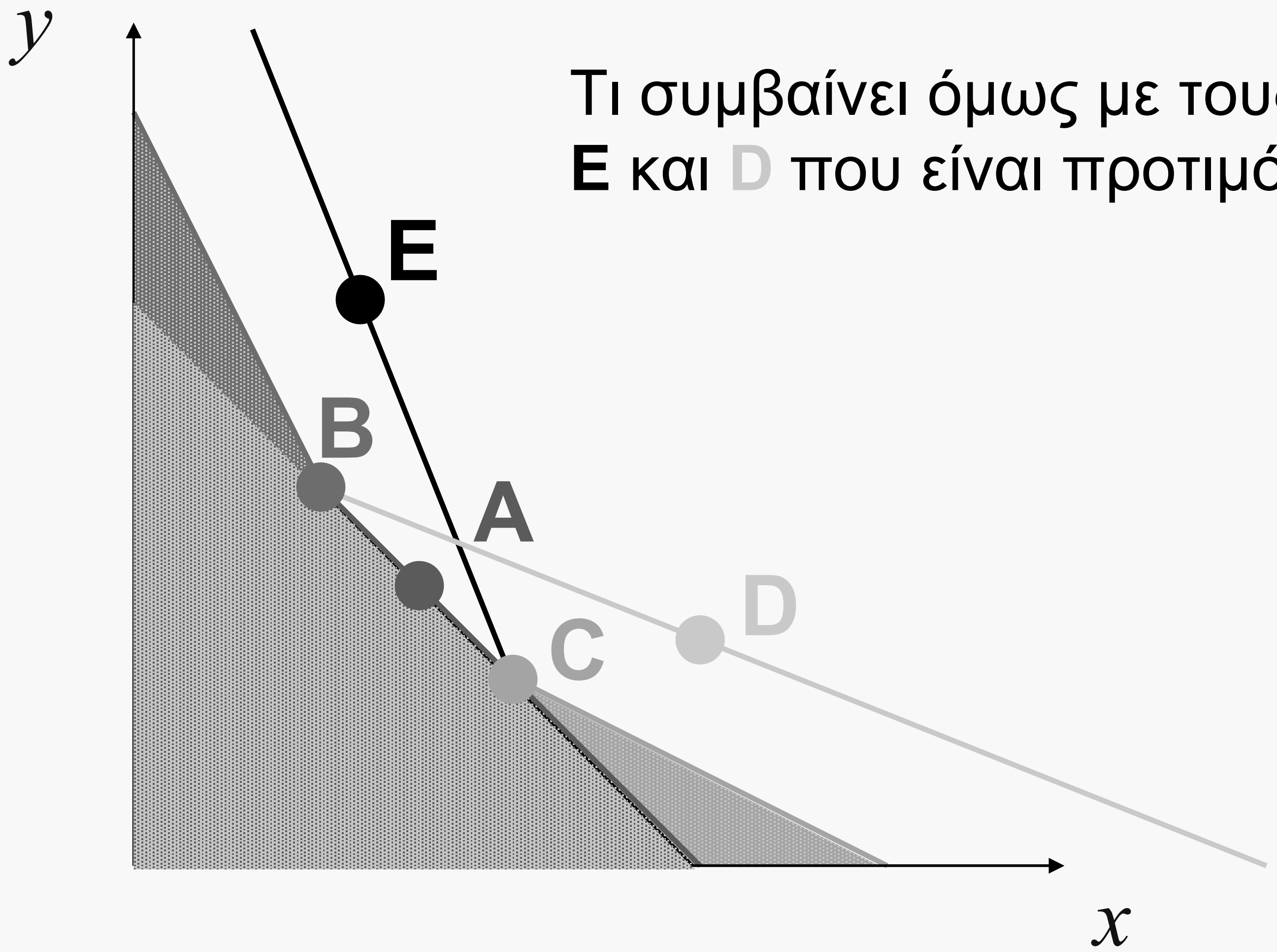
Έτσι, ο **A** αποκαλύπτεται τώρα προτιμότερος κάθε άλλου συνδυασμού στην ένωση.

Ανάκτηση καμπυλών αδιαφορίας



Ομοίως, ο **A** αποκαλύπτεται προτιμότερος κάθε άλλου συνδυασμού στην ένωση με το **C**.
Άρα η καμπύλη αδιαφορίας, που περιλαμβάνει τον **A** θα βρίσκεται πάνω από το σκιασμένο σύνολο

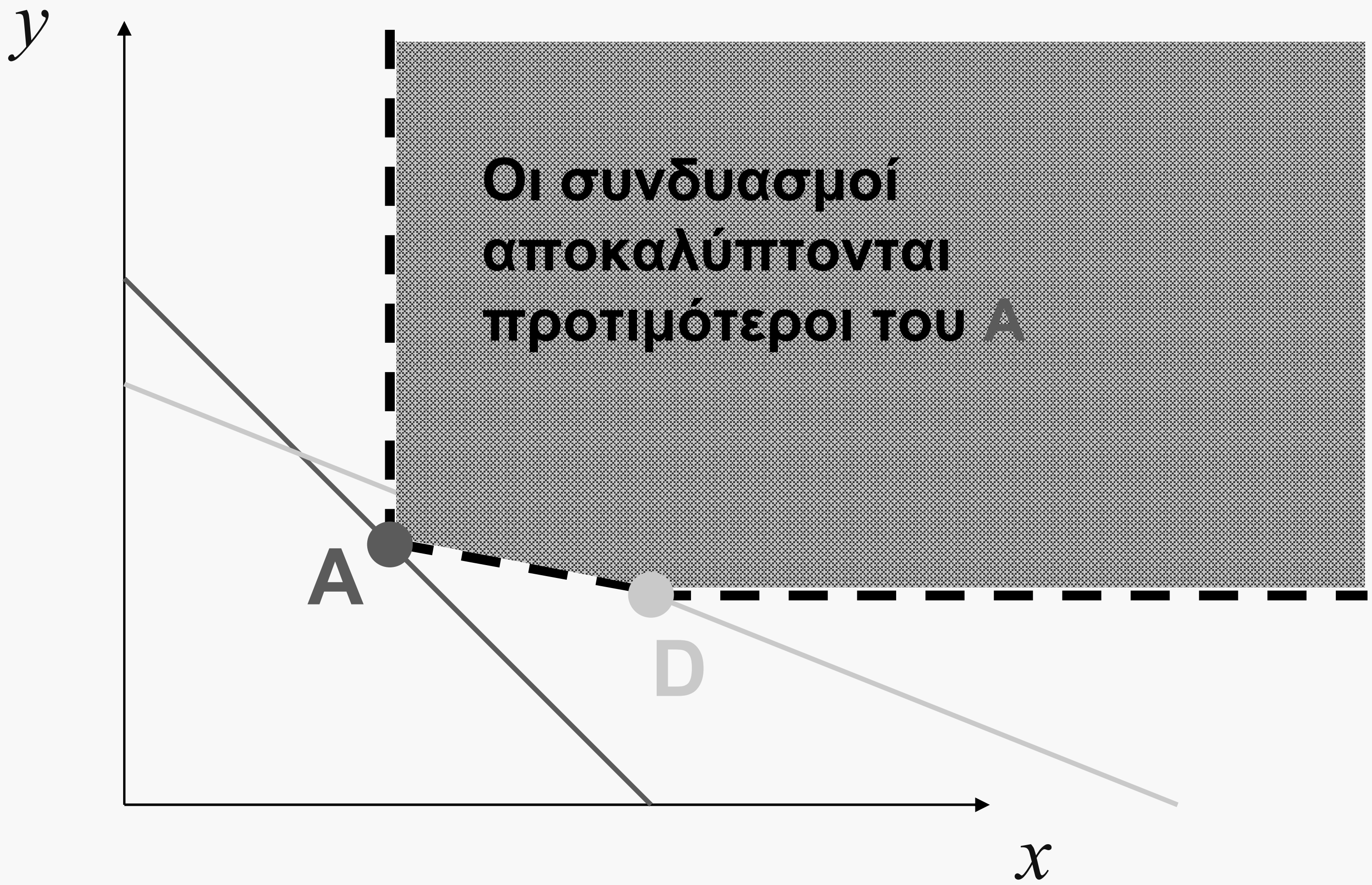
Ανάκτηση καμπυλών αδιαφορίας



Τι συμβαίνει όμως με τους συνδυασμούς **E** και **D** που είναι προτιμότεροι του **A**;

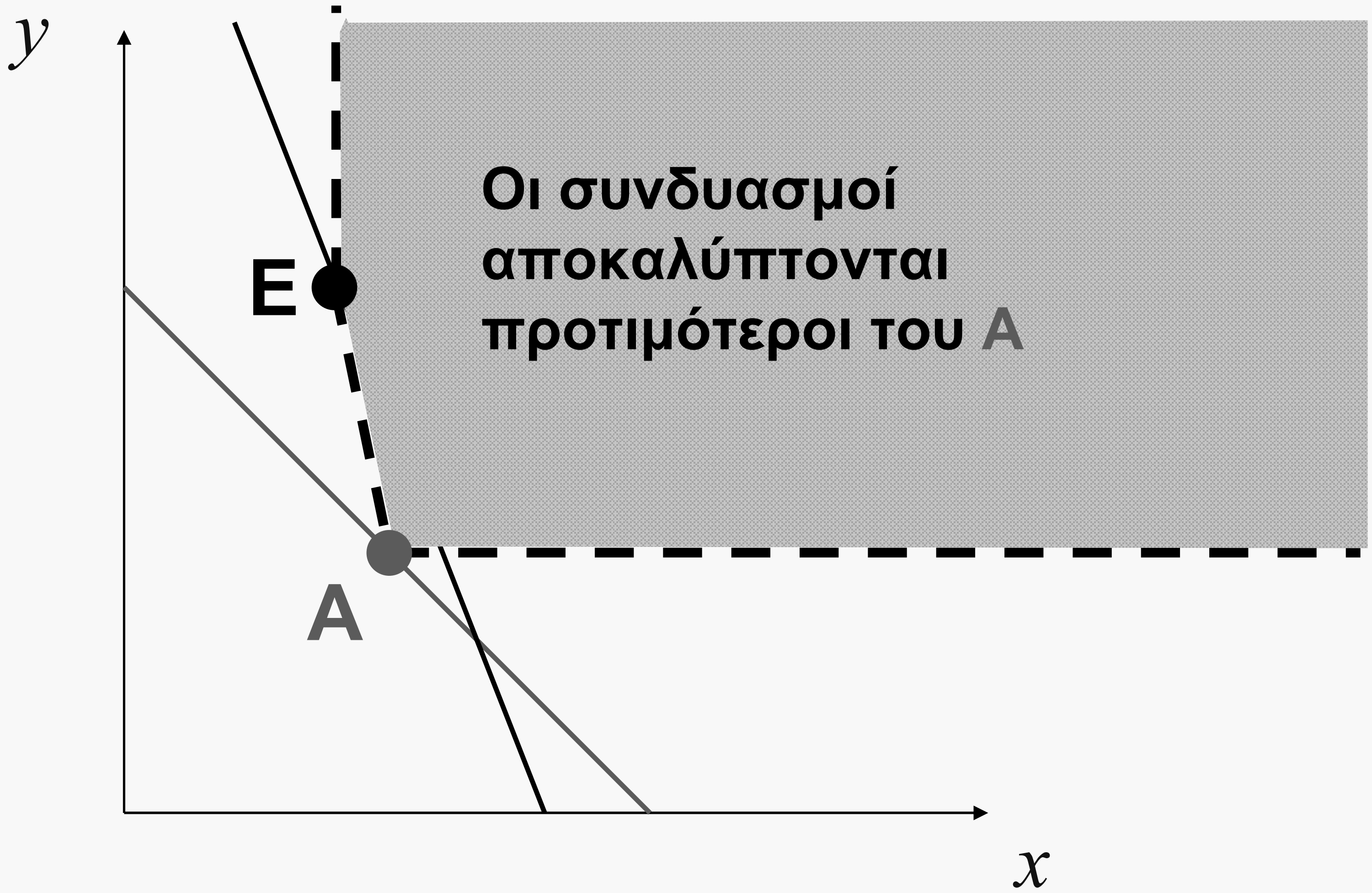
Ανάκτηση καμπυλών αδιαφορίας

Ξέρουμε ότι D $\succ$ A

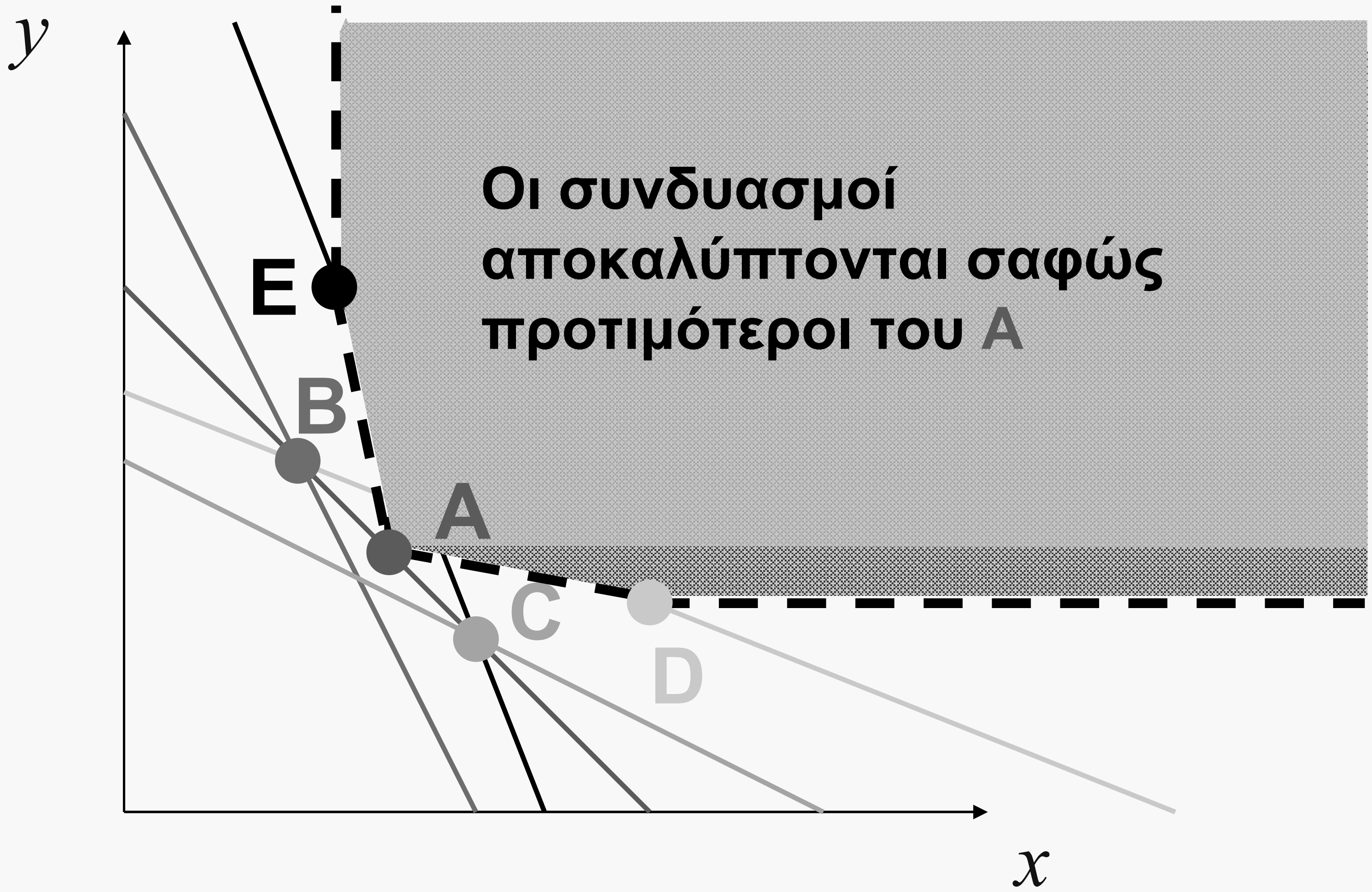


Ανάκτηση καμπυλών αδιαφορίας

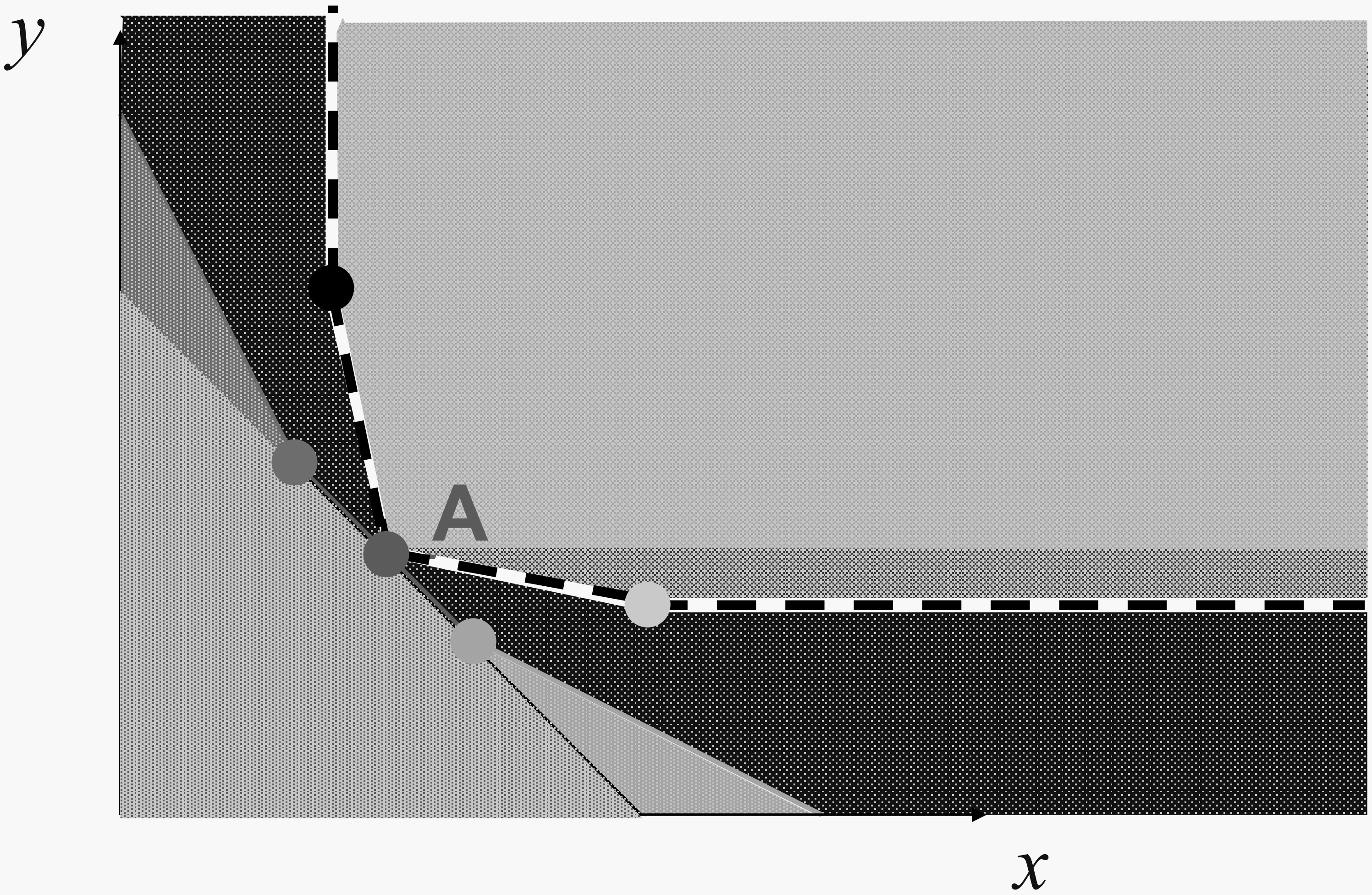
Ξέρουμε ότι **E** $\succ$ **A**



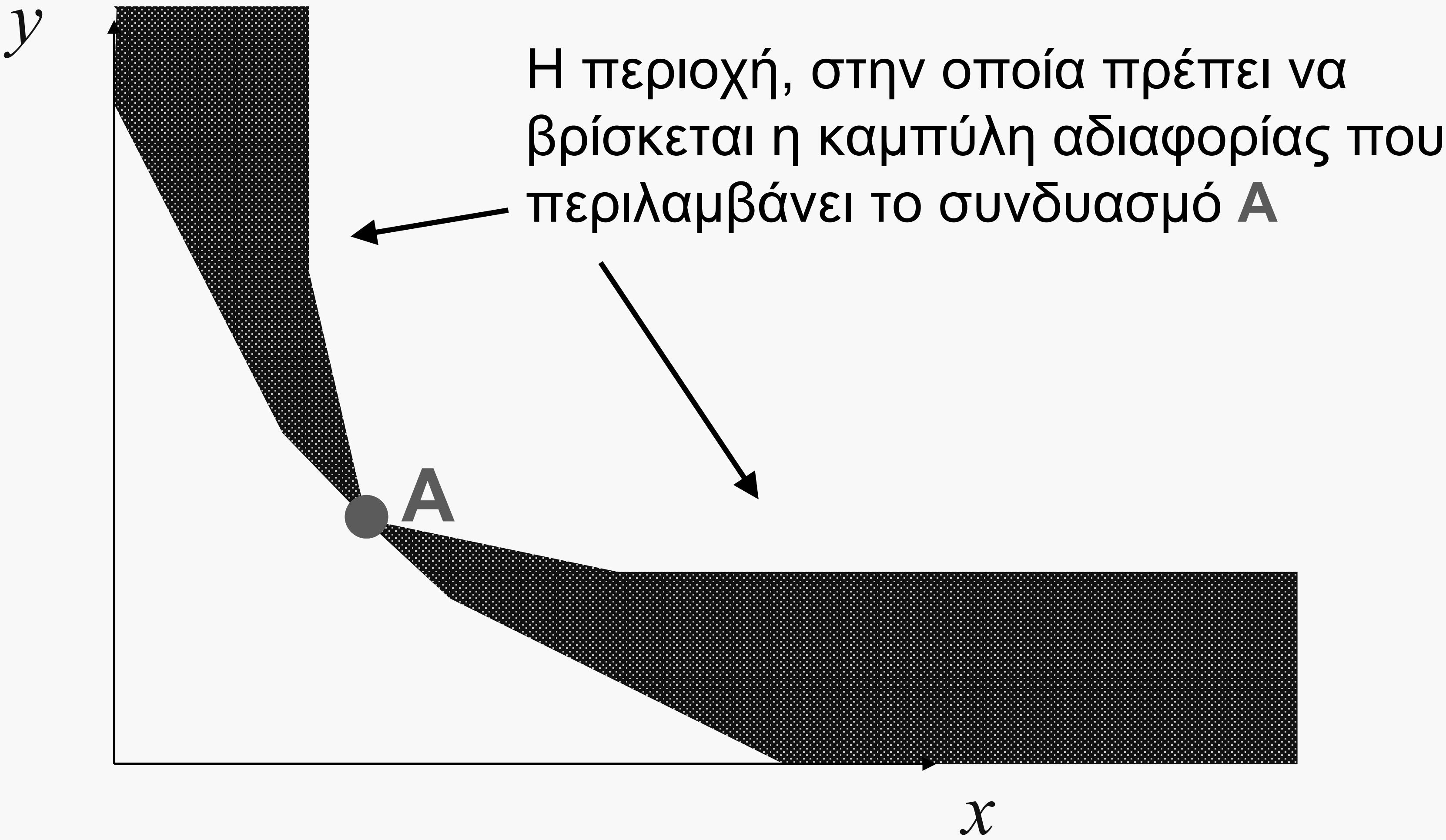
Ανάκτηση καμπυλών αδιαφορίας



Ανάκτηση καμπυλών αδιαφορίας



Ανάκτηση καμπυλών αδιαφορίας



Μερικές ασκήσεις

Όταν οι τιμές είναι $(p_x,p_y)=(1,2)$ ένας καταναλωτής ζητά $(x_1,y_1)=(1,2)$ και όταν οι τιμές είναι $(p_x',p_y')=(2,1)$ ζητά $(x_1,y_1)=(2,1)$. Είναι αυτή η συμπεριφορά συνεπής προς το μοντέλο του οικονομικά ορθολογικού καταναλωτή;

Επιλογές / Τιμές	(1, 2)	(2, 1)
(€1, €2)	€5	€4
(€2, €1)	€4	€5

Μερικές ασκήσεις

Όταν οι τιμές είναι $(p_x,p_y)=(2,1)$ ένας καταναλωτής ζητά $(x_1,y_1)=(1,2)$ και όταν οι τιμές είναι $(p_x',p_y')=(1,2)$ ζητά $(x_1,y_1)=(2,1)$. Είναι αυτή η συμπεριφορά συνεπής προς το μοντέλο του οικονομικά ορθολογικού καταναλωτή;

Επιλογές / Τιμές	(1, 2)	(2, 1)
(€2, €1)	€4	€5
(€1, €2)	€5	€4

Αριθμοδείκτες

Πως μπορούμε να ξέρουμε αν επιδεινώνεται ή βελτιώνεται η κατάσταση των καταναλωτών όταν αλλάζουν οι τιμές;

Δύο βασικά είδη δεικτών:

- Δείκτες τιμών και
- Δείκτες ποσότητας

Κάθε δείκτης συγκρίνει δαπάνες σε μια περίοδο βάσης και σε μια τρέχουσα περίοδο, αποτυπώνοντας το λόγο των δαπανών αυτών.

Έστω ότι στο χρόνο t οι τιμές είναι (p_x^t, p_y^t) και ο καταναλωτής επιλέγει (x^t, y^t).
Στο έτος βάσης b οι τιμές είναι (p_x^b, p_y^b) και ο καταναλωτής επιλέγει (x^b, y^b).
Πως μεταβλήθηκε η κατανάλωση;

Αριθμοδείκτες ποσότητας

Ένας δείκτης ποσότητας είναι ο σταθμικός μέσος όρος των ζητούμενων ποσοτήτων *π.χ*.

$$I_q = \frac{w_x x^t + w_y y^t}{w_x x^b + w_y y^b}$$

Οι σταθμίσεις (w_x,w_y) μπορεί να είναι οι τιμές της περιόδου βάσης (p_x^b,p_y^b) ή οι τιμές της τρέχουσας περιόδου (p_x^t,p_y^t) .

Αριθμοδείκτες ποσότητας

Αν $(w_x,w_y)=(p_x^{\ b},p_y^{\ b})$ τότε έχουμε τον δείκτη Laspeyres:

$$L_q = \frac{p_x^{\ b} x^t + p_y^{\ b} y^t}{p_x^{\ b} x^b + p_y^{\ b} y^b}$$

Αν $(w_x,w_y)=(p_x^{\ t},p_y^{\ t})$ τότε έχουμε τον δείκτη Paasche:

$$P_q = \frac{p_x^{\ t} x^t + p_y^{\ t} y^t}{p_x^{\ t} x^b + p_y^{\ t} y^b}$$

Αριθμοδείκτες ποσότητας

Πως μπορούμε να ξέρουμε αν βελτιώθηκε η θέση του καταναλωτή με τους δείκτες ποσότητας;

Αν:

$$P_q = \frac{p_x{}^t x^t + p_y{}^t y^t}{p_x{}^t x^b + p_y{}^t y^b} > 1$$

$$\Rightarrow p_x{}^t x^t + p_y{}^t y^t > p_x{}^t x^b + p_y{}^t y^b$$

Ο καταναλωτής είναι σε καλύτερη θέση στην τρέχουσα περίοδο από την περίοδο βάσης.

Αριθμοδείκτες ποσότητας

Αν:

$$L_q = \frac{p_x{}^b x^t + p_y{}^b y^t}{p_x{}^b x^b + p_y{}^b y^b} < 1$$

$$\Rightarrow p_x{}^b x^t + p_y{}^b y^t < p_x{}^b x^b + p_y{}^b y^b$$

Ο καταναλωτής ήταν σε καλύτερη θέση στην περίοδο βάσης από την τρέχουσα περίοδο.

Αριθμοδείκτες τιμών

Ένας δείκτης τιμών είναι ο σταθμικός μέσος όρος τιμών *π.χ*.

$$I_p = \frac{p_x{}^t w_x + p_y{}^t w_y}{p_x{}^b w_x + p_y{}^b w_y}$$

Οι σταθμίσεις (w_x,w_y) μπορεί να είναι οι ποσότητες της περιόδου βάσης (x^b,y^b) ή οι ποσότητες της τρέχουσας περιόδου (x^t,x^t) .

Αριθμοδείκτες τιμών

Αν $(w_x,w_y)=(x^b,y^b)$ τότε έχουμε τον δείκτη Laspeyres:

$$L_p = \frac{p_x{}^t x^b + p_y{}^t y^b}{p_x{}^b x^b + p_y{}^b y^b}$$

Αν $(w_x,w_y)=(y^t,y^t)$ τότε έχουμε τον δείκτη Paasche:

$$P_p = \frac{p_x{}^t x^t + p_y{}^t y^t}{p_x{}^b x^t + p_y{}^b y^t}$$

Αριθμοδείκτες τιμών

Πως μπορούμε να ξέρουμε αν βελτιώθηκε η θέση του καταναλωτή με τους δείκτες τιμών;
Αν Μ είναι ένας δείκτης δαπανών:

$$M = \frac{p_x{}^t x^t + p_y{}^t y^t}{p_x{}^b x^b + p_y{}^b y^b}$$

$$P_p = \frac{p_x{}^t x^t + p_y{}^t y^t}{p_x{}^b x^t + p_y{}^b y^t} > M = \frac{p_x{}^t x^t + p_y{}^t y^t}{p_x{}^b x^b + p_y{}^b y^b}$$

$$\Rightarrow p_x{}^b x^b + p_y{}^b y^b > p_x{}^b x^t + p_y{}^b y^t$$

Ο καταναλωτής είναι σε καλύτερη θέση στην περίοδο βάσης από την τρέχουσα περίοδο.

Αριθμοδείκτες τιμών

Αν :

$$L_p = \frac{p_x{}^t x^b + p_y{}^t y^b}{p_x{}^b x^b + p_y{}^b y^b} < M = \frac{p_x{}^t x^t + p_y{}^t y^t}{p_x{}^b x^b + p_y{}^b y^b}$$

$$\Rightarrow p_x{}^t x^b + p_y{}^t y^b < p_x{}^t x^t + p_y{}^t y^t$$

Ο καταναλωτής είναι σε καλύτερη θέση στην τρέχουσα περίοδο από την περίοδο βάσης.

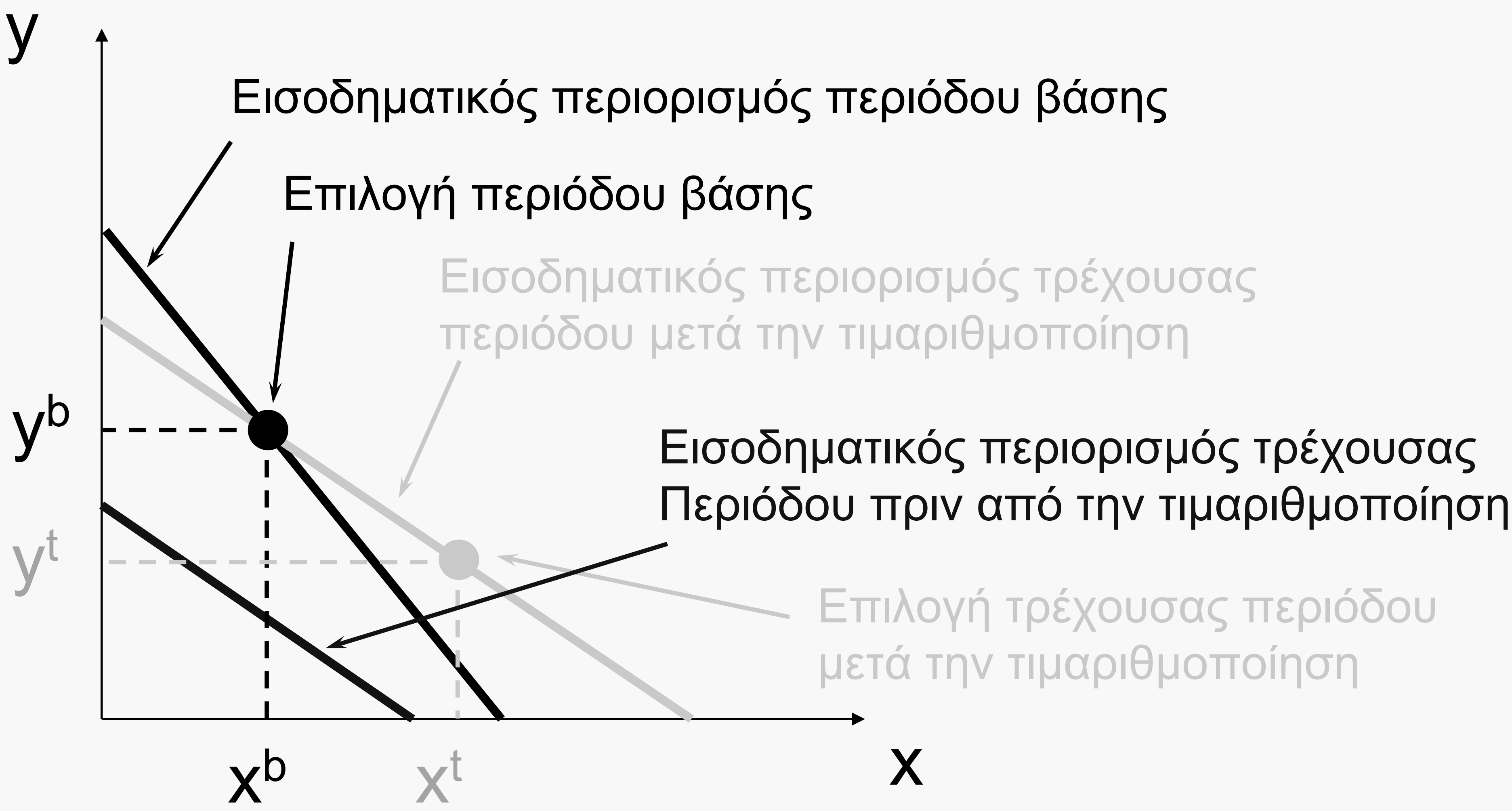
Τιμαριθμοποίηση

Ορισμένες φορές, χρησιμοποιούμε τις αλλαγές στους δείκτες τιμών για να προσαρμόσουμε τους μισθούς ή τις απολαβές. Αυτό λέγεται «τιμαριθμοποίηση».

«Πλήρη τιμαριθμοποίηση» έχουμε όταν οι μισθοί ή οι απολαβές παρακολουθούν τον πληθωρισμό.

Μια συνηθισμένη πρόταση είναι να τιμαριθμοποιήσουμε πλήρως τις απολαβές της κοινωνικής ασφάλισης για να διατηρήσουμε την «αγοραστική δύναμη» των ηλικιωμένων.

Τιμαριθμοποίηση



Εφαρμογή: Επιδότηση σε είδος ή επιδότηση σε χρήμα. Το παράδειγμα των κουπονιών διατροφής

- Το πρόγραμμα κουπονιών διατροφής έχει σκοπό να ενισχύσει τις οικογένειες χαμηλού εισοδήματος. Τα κουπόνια μπορούν να παραχωρούνται δωρεάν ή σε πολύ χαμηλή τιμή

- Για να είναι το πρόγραμμα των κουπονιών αποδοτικό θα πρέπει οι κάτοχοι να μην μπορούν να πουλήσουν ούτε τα κουπόνια ούτε τα τρόφιμα που αγοράζουν με αυτά

- Ερώτημα: Ποια μορφή επιδότησης είναι προτιμότερη, σε είδος (κουπόνια) ή σε χρήμα (ίσης αξίας).

  Σε ποια περίπτωση ο καταναλωτής βρίσκεται σε υψηλότερο επίπεδο ικανοποίησης (υψηλότερη καμπύλη αδιαφορίας)

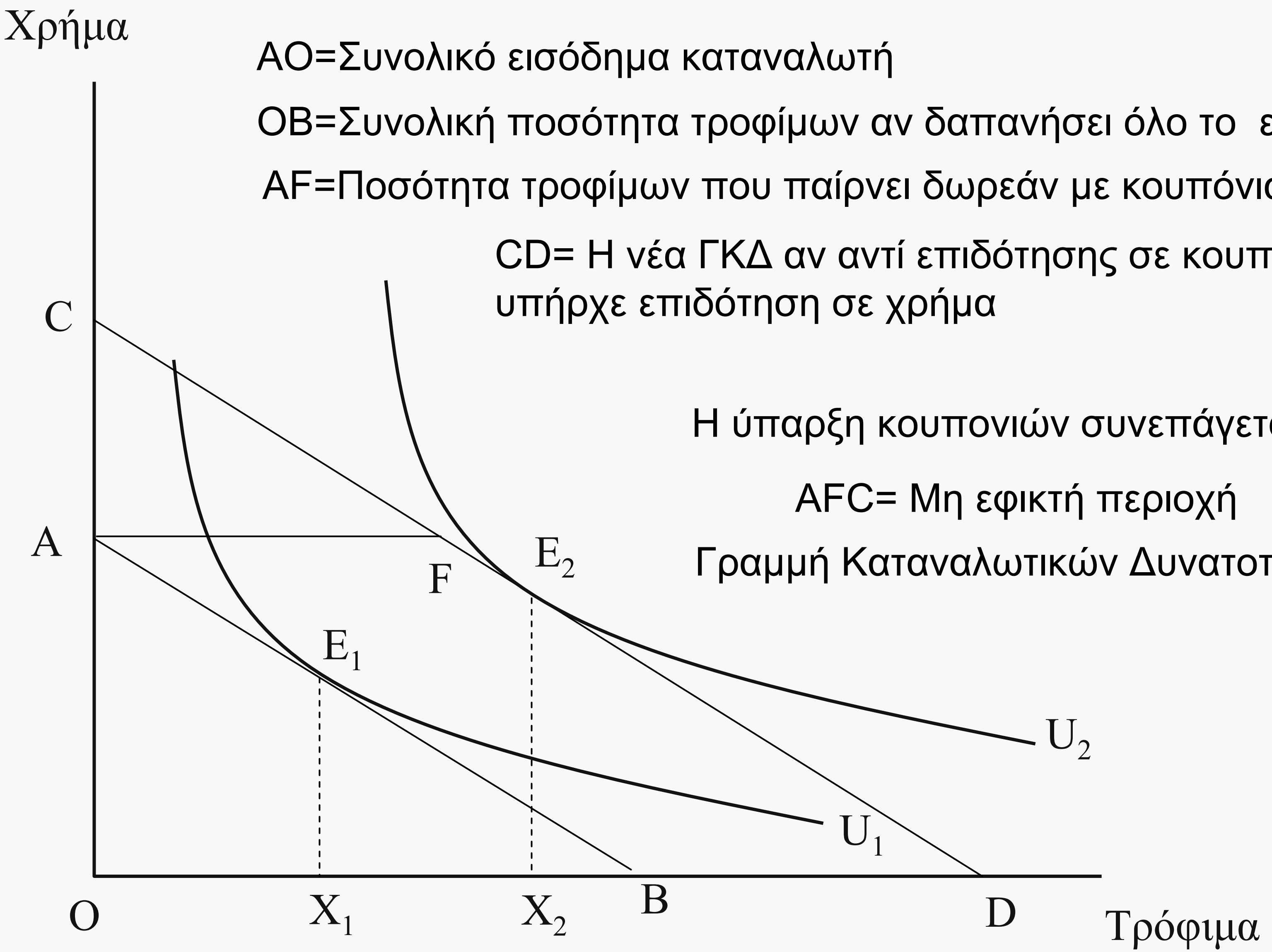
1η περίπτωση

ΑΟ=Συνολικό εισόδημα καταναλωτή

ΟΒ=Συνολική ποσότητα τροφίμων αν δαπανήσει όλο το εισόδημα

AF=Ποσότητα τροφίμων που παίρνει δωρεάν με κουπόνια

CD= Η νέα ΓΚΔ αν αντί επιδότησης σε κουπόνια υπήρχε επιδότηση σε χρήμα



Η ύπαρξη κουπονιών συνεπάγεται:

AFC= Μη εφικτή περιοχή

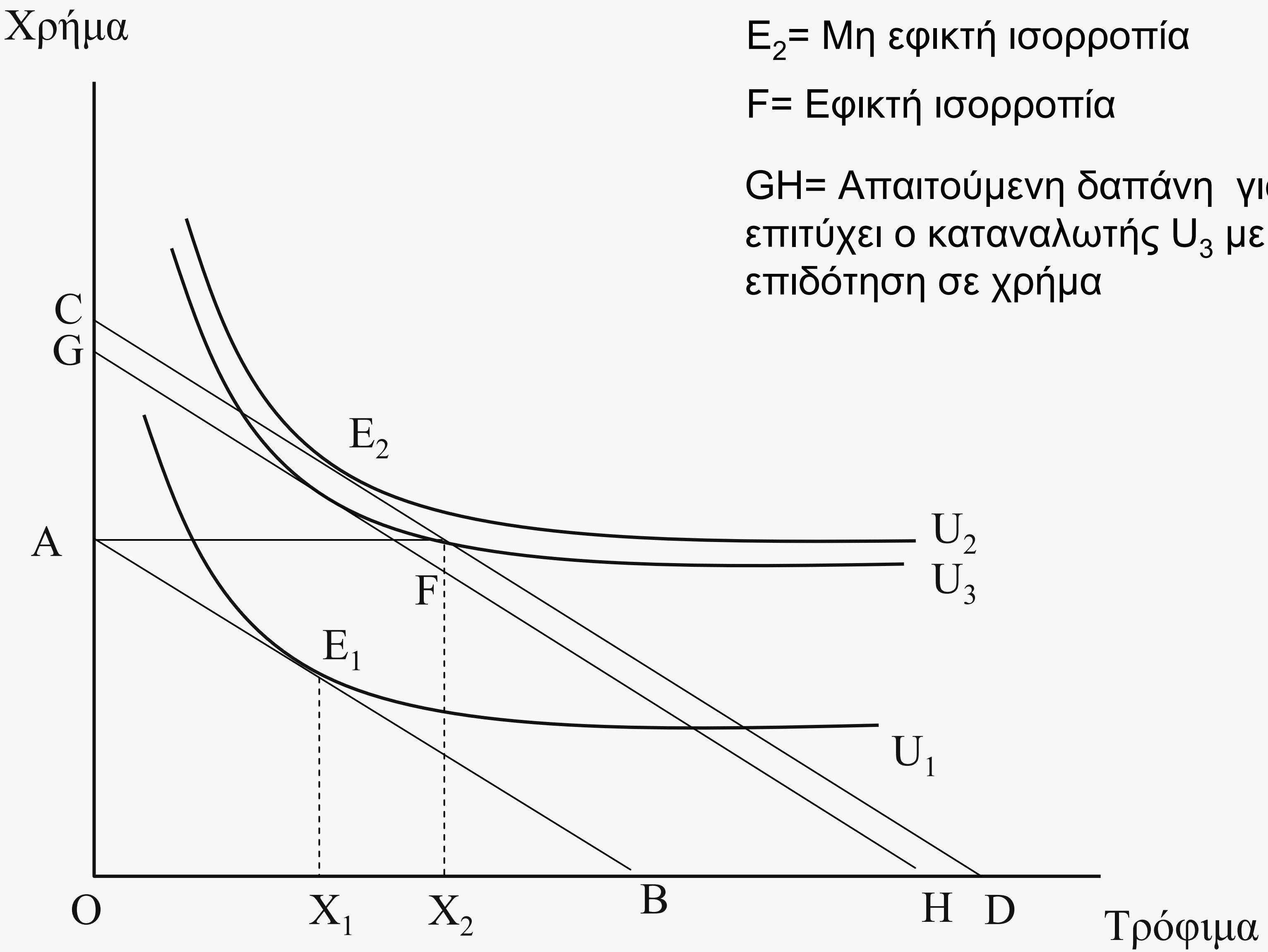
Γραμμή Καταναλωτικών Δυνατοτήτων= AFD

$2^η$ περίπτωση

E_2= Μη εφικτή ισορροπία

F= Εφικτή ισορροπία

GH= Απαιτούμενη δαπάνη για να επιτύχει ο καταναλωτής U_3 με επιδότηση σε χρήμα



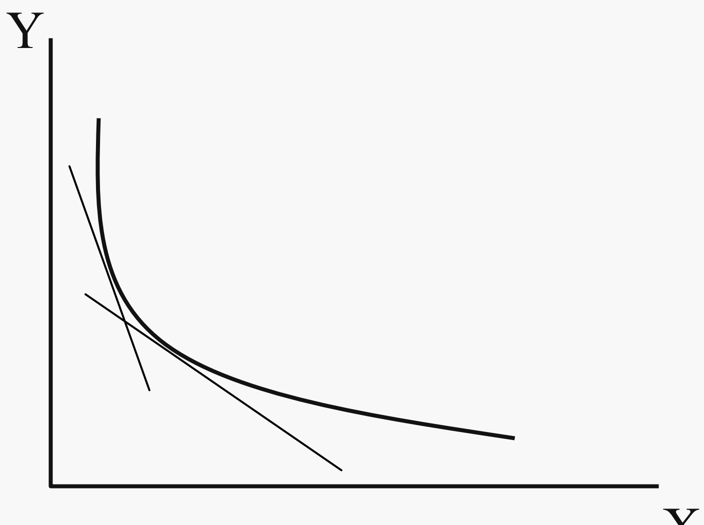
Αποτέλεσμα Εισοδήματος και Υποκατάστασης

Αποτέλεσμα μεταβολής της τιμής

Αποτέλεσμα Υποκατάστασης

Μεταβολή στην τιμή ενός αγαθού έχει σαν αποτέλεσμα την μεταβολή στις *σχετικές τιμές*.

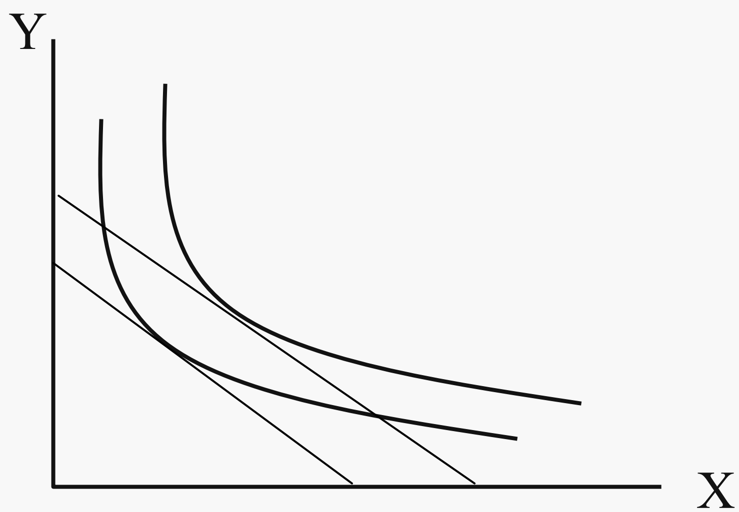
Ο καταναλωτής υποκαθιστά πάντα το ακριβότερο με το φθηνότερο αγαθό



Αποτέλεσμα Εισοδήματος

Μεταβολή στην τιμή ενός αγαθού έχει σαν αποτέλεσμα την μεταβολή στο *πραγματικό εισόδημα* του καταναλωτή

Η ζήτηση για ένα αγαθό μεταβάλλεται στην ίδια κατεύθυνση (κανονικό αγαθό) ή στην αντίθετη (κατώτερο αγαθό).



Ο τρόπος με τον οποίο διαχωρίζεται το **αποτέλεσμα τιμής** σε αποτέλεσμα **υποκατάστασης** και **εισοδήματος** εξαρτάται από τον ορισμό της μεταβολής του πραγματικού εισοδήματος

Απαιτούμενη μεταβολή στο χρηματικό εισόδημα έτσι ώστε ο καταναλωτής να μπορεί να αγοράσει την αρχική δέσμη αγαθών ⇒ **Διαφορά κόστους**

Το χρηματικό εισόδημα που απαιτείται για να επαναφέρει τον καταναλωτή στο αρχικό επίπεδο ευημερίας (αρχική καμπύλη αδιαφορίας) ⇒ **Αντισταθμιστική μεταβολή**

Το χρηματικό εισόδημα που απαιτείται για να μεταφέρει τον καταναλωτή στο νέο επίπεδο ευημερίας (καμπύλη αδιαφορίας) χωρίς μεταβολή της τιμής ⇒ **Ισοδύναμη μεταβολή**

Μέθοδος διαφοράς κόστους

$$\left.\begin{aligned} AB &\rightarrow I = p_x X_1 + p_y Y_1 \\ A'C' &\rightarrow I' = p_x{}' X_1 + p_y Y_1 \end{aligned}\right\} \quad I' - I = X_1\left(p_x{}' - p_x\right) \Rightarrow \Delta I = \Delta p_x \cdot X_1$$

Α′Α διαφορά κόστους = $\Delta p_x \cdot X_1$

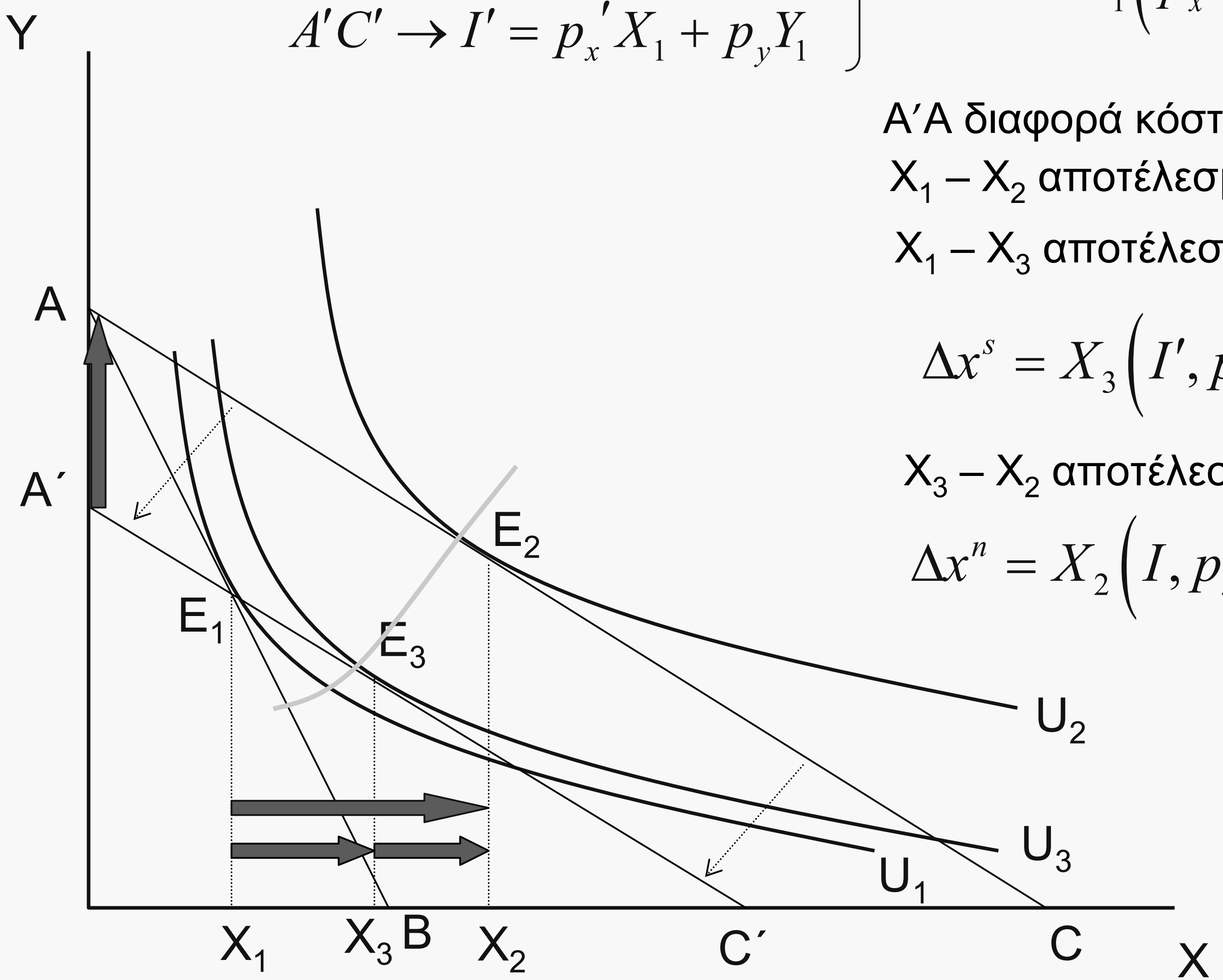
$X_1 - X_2$ αποτέλεσμα μεταβολής της τιμής

$X_1 - X_3$ αποτέλεσμα υποκατάστασης

$$\Delta x^s = X_3\left(I', p_x{}'\right) - X_1\left(I, p_x\right)$$

$X_3 - X_2$ αποτέλεσμα εισοδήματος

$$\Delta x^n = X_2\left(I, p_x{}'\right) - X_3\left(I', p_x{}'\right)$$



Ταυτότητα Slutsky

Τα προηγούμενα μπορούν να εκφραστούν αλγεβρικά και μέσα από την εξής ταυτότητα:

$$\Delta x = \Delta x^s + \Delta x^n$$

Συνολική μεταβολή στην ζήτηση

Αποτέλεσμα υποκατάστασης

Αποτέλεσμα εισοδήματος

Η ταυτότητα Slutsky χρησιμεύει στον προσδιορισμό του προσήμου του συνολικού αποτελέσματος.

Ταυτότητα Slutsky

Το αποτέλεσμα υποκατάστασης πρέπει να είναι πάντα αρνητικό

Αν το αγαθό είναι κανονικό τότε μια αύξηση της τιμής συνεπάγεται μείωση της αγοραστικής δύναμης και άρα για ένα κανονικό αγαθό συνεπάγεται μείωση της ζήτησης

$$\underset{(-)}{\Delta x} = \underset{(-)}{\Delta x^s} + \underset{(-)}{\Delta x^n}$$

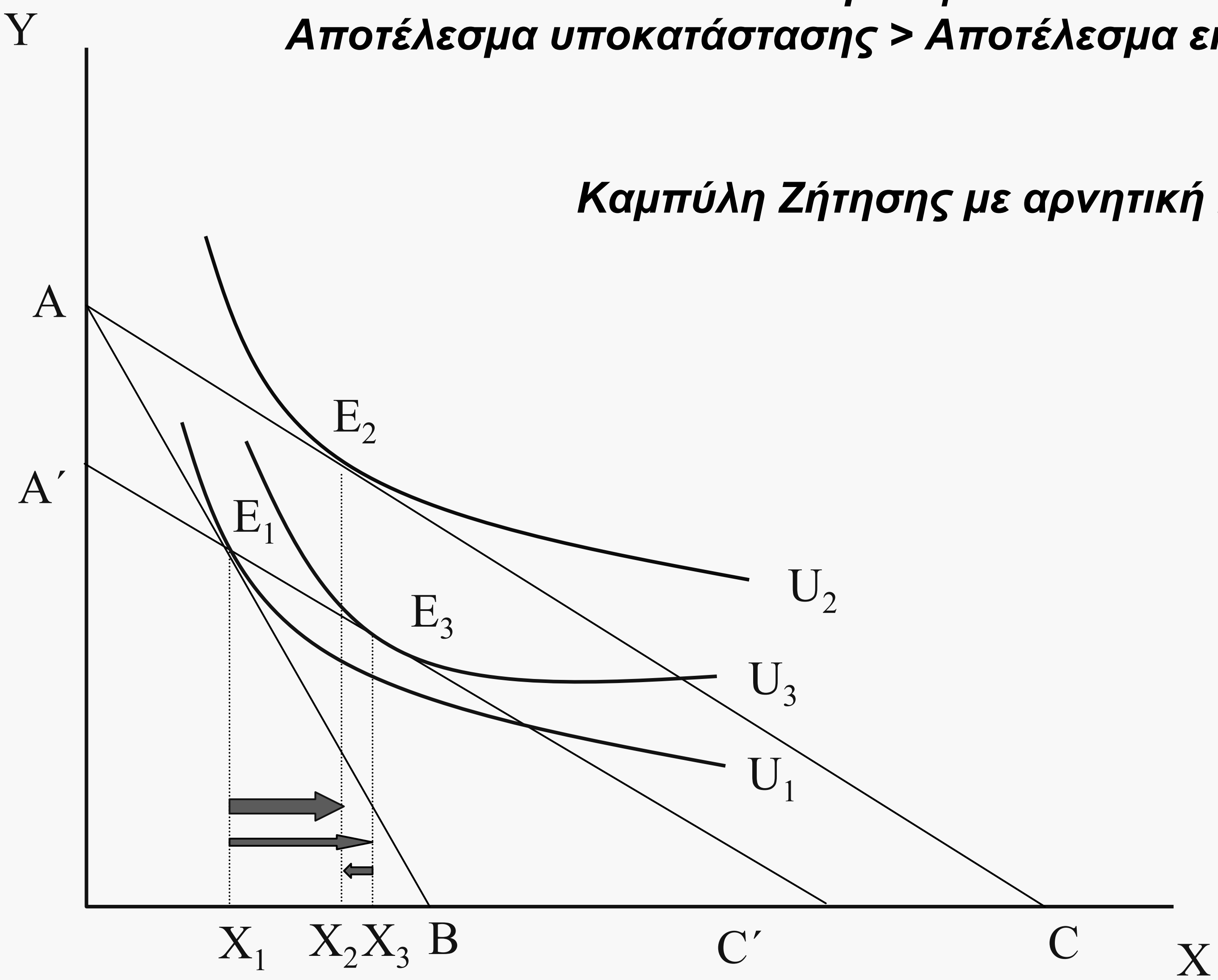
Για ένα κατώτερο αγαθό το αποτέλεσμα εισοδήματος θα είναι θετικό επομένως: $\underset{(;)}{\Delta x} = \underset{(-)}{\Delta x^s} + \underset{(+)}{\Delta x^n}$

Η ταυτότητα Slutsky δείχνει ότι θα μπορούσαμε να έχουμε θετική μεταβολή στην ζήτηση (αγαθό Giffen) αλλά θα πρέπει αυτό να είναι ένα κατώτερο αγαθό.

Συμπέρασμα: ένα αγαθό Giffen πρέπει να είναι κατώτερο αγαθό αλλά ένα κατώτερο αγαθό δεν είναι κατ’ ανάγκη αγαθό Giffen.

Κατώτερο αγαθό
Αποτέλεσμα υποκατάστασης > Αποτέλεσμα εισοδήματος

Καμπύλη Ζήτησης με αρνητική κλίση

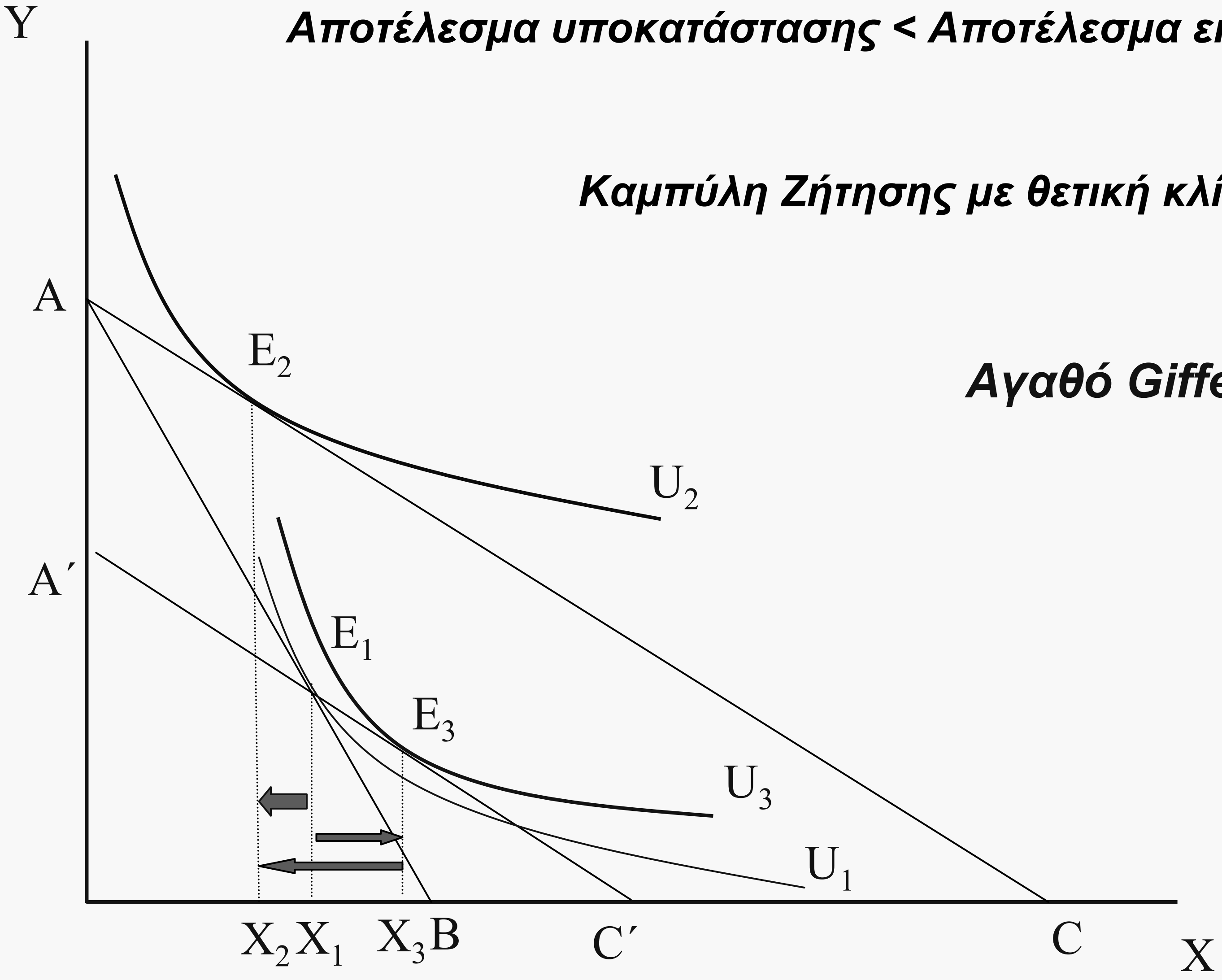


Κατώτερο αγαθό

Αποτέλεσμα υποκατάστασης < Αποτέλεσμα εισοδήματος

Καμπύλη Ζήτησης με θετική κλίση

Αγαθό Giffen



Ταυτότητα Slutsky εκφρασμένη με ρυθμούς μεταβολής

Αν ορίσουμε $\Delta x^m = -\Delta x^n$ και διαιρέσουμε με Δp_x έχουμε:

$$\Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta p_x} = \frac{\Delta x^s}{\Delta p_x} - \frac{\Delta x^m}{\Delta p_x}$$

Όμως $\Delta I = x \cdot \Delta p_x$ άρα:

$$\Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta p_x} = \frac{\Delta x^s}{\Delta p_x} - \frac{\Delta x^m}{\Delta I} x$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ζήτησης καθώς μεταβάλλεται η τιμή, διατηρώντας το εισόδημα σταθερό

Ο ρυθμός μεταβολής της ζήτησης όταν μεταβάλλεται η τιμή, ενώ προσαρμόζουμε το εισόδημα έτσι ώστε ο αρχικός συνδυασμός αγαθών να είναι μόλις εφικτός

$$\frac{x(p_x', I') - x(p_x, I)}{\Delta p_x}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ζήτησης όταν διατηρούμε σταθερές τις τιμές και προσαρμόζουμε το εισόδημα

$$\frac{x(p_x', I') - x(p_x', I)}{I' - I} x$$

Νόμος της Ζήτησης

Η θεωρία του καταναλωτή δεν περιορίζει το πώς μεταβάλλεται η ζήτηση όταν μεταβάλλεται η τιμή ή το πώς μεταβάλλεται η ζήτηση όταν μεταβάλλεται το εισόδημα.

Περιορίζει όμως το πως αλληλεπιδρούν τα είδη αυτά των μεταβολών:

Νόμος της ζήτησης: αν η ζήτηση ενός αγαθού αυξάνεται όταν αυξάνεται το εισόδημα, τότε η ζήτηση του αγαθού αυτού θα πρέπει να μειώνεται όταν αυξάνεται η τιμή του.

Αυτό προκύπτει από την εξίσωση Slutsky:

Αν η ζήτηση ενός αγαθού αυξάνεται όταν αυξάνεται το εισόδημα

$$\downarrow$$

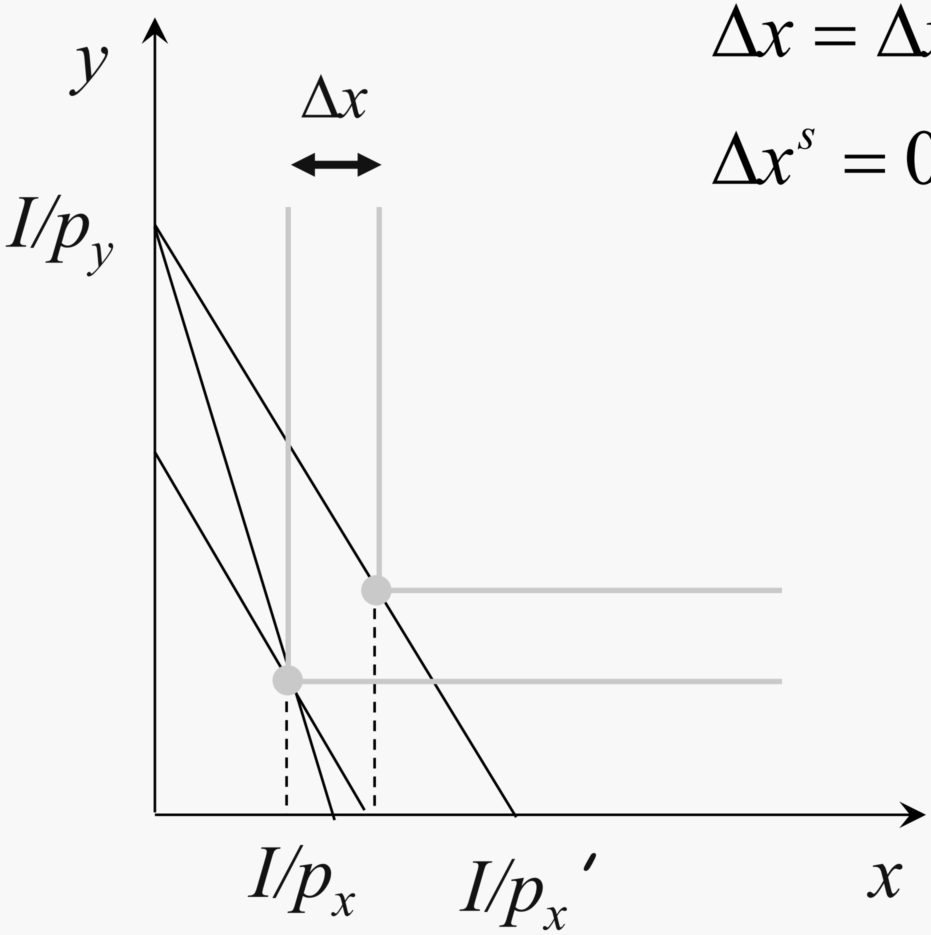
Κανονικό αγαθό

$$\downarrow$$

$$\Delta x = \Delta x^s + \Delta x^n < 0 \ \Rightarrow \uparrow p_x \downarrow x$$

Παραδείγματα

Τέλεια συμπληρωματικά: $U(x,y) = \min\{x,y\}$

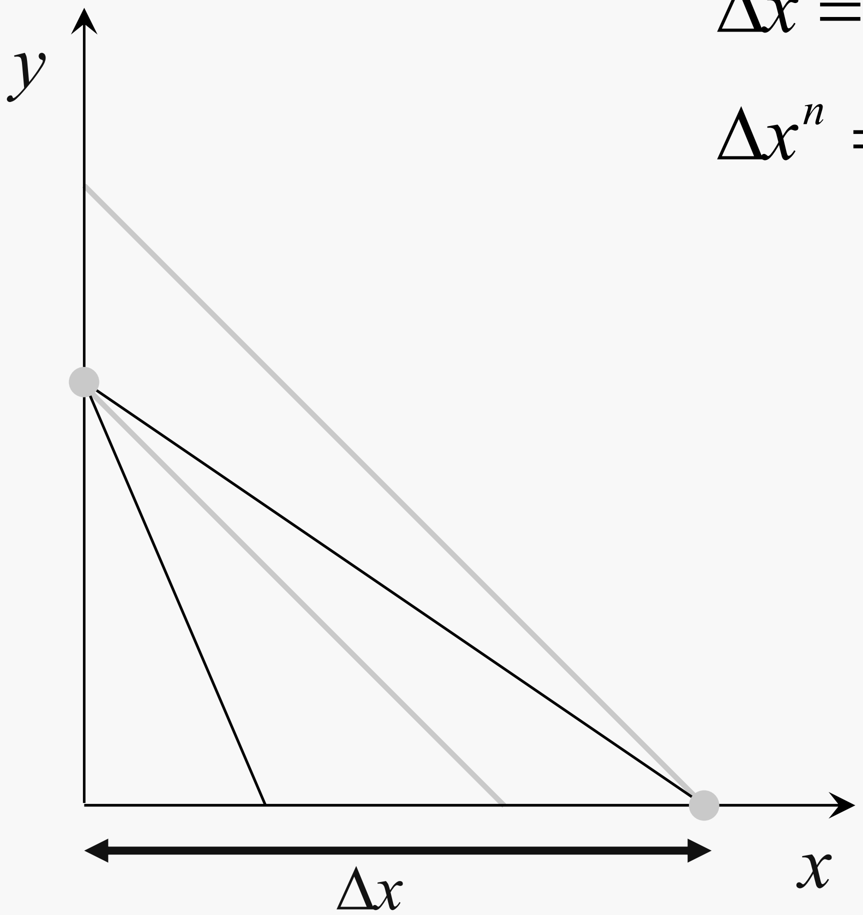


$$\left.\begin{aligned} \Delta x &= \Delta x^s + \Delta x^n \\ \Delta x^s &= 0 \end{aligned}\right\} \Delta x = \Delta x^n$$

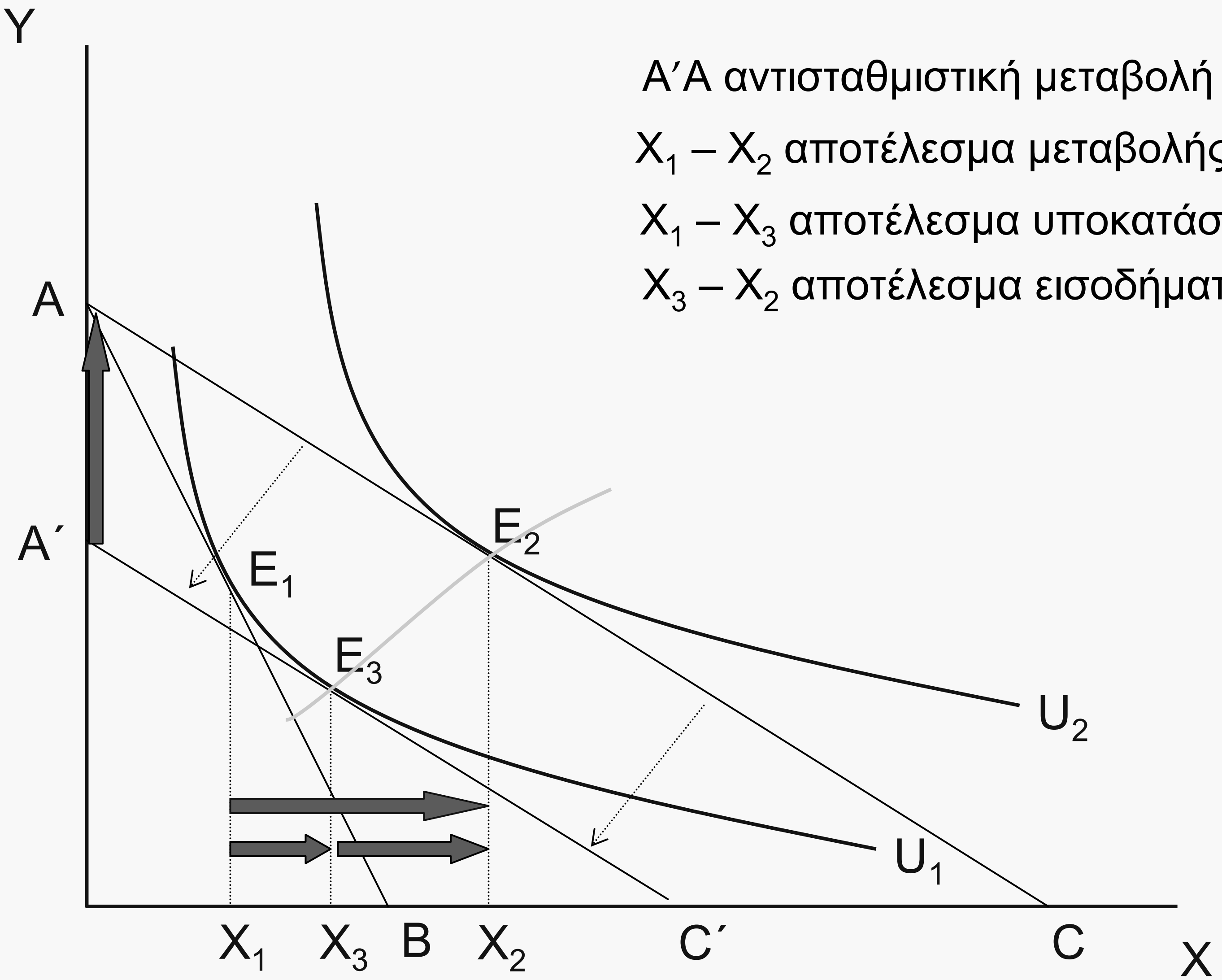
Παραδείγματα

Τέλεια υποκατάστατα: $U(x,y)=x+y$

$$\left.\begin{aligned}\Delta x &= \Delta x^s + \Delta x^n \\ \Delta x^n &= 0\end{aligned}\right\}\Delta x = \Delta x^s$$



Μέθοδος αντισταθμιστικής μεταβολής εισοδήματος



A΄A αντισταθμιστική μεταβολή

$X_1 - X_2$ αποτέλεσμα μεταβολής της τιμής

$X_1 - X_3$ αποτέλεσμα υποκατάστασης

$X_3 - X_2$ αποτέλεσμα εισοδήματος

Μέθοδος αντισταθμιστικής μεταβολής εισοδήματος

Ο καταναλωτής είναι αδιάφορος μεταξύ E_1 και E_3 επομένως κανένας συνδυασμός δεν μπορεί να έχει αποκαλυφθεί προτιμότερος από τον άλλο.

Δηλαδή δεν μπορεί να ισχύει:

$$p_x x_1 + p_y y_1 > p_x x_2 + p_y y_2$$

$$p_x' x_1 + p_y' y_1 > p_x' x_2 + p_y' y_2$$

Άρα θα ισχύει:

$$p_x x_1 + p_y y_1 \leq p_x x_2 + p_y y_2$$

$$p_x' x_1 + p_y' y_1 \leq p_x' x_2 + p_y' y_2$$

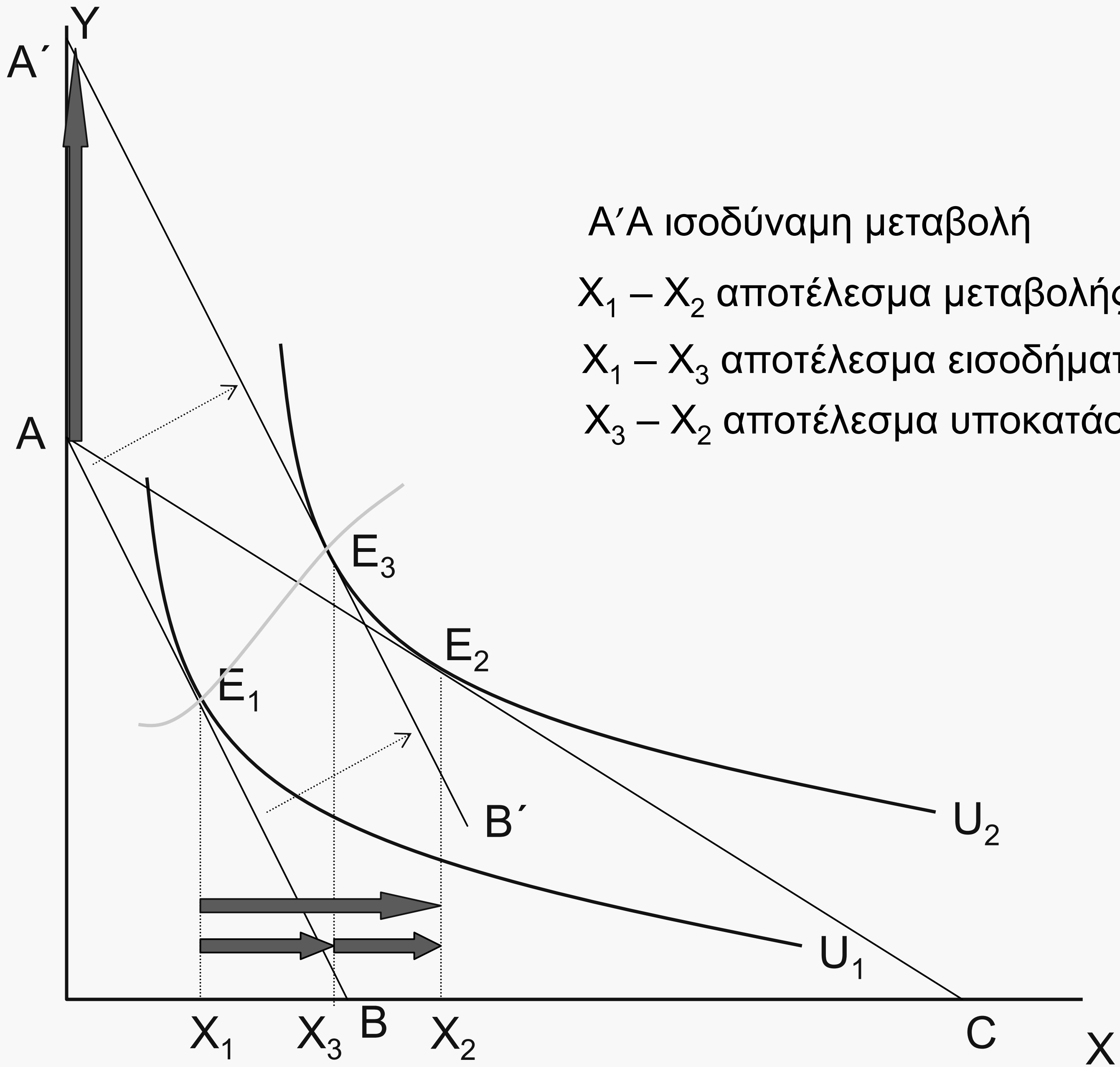
$$\Rightarrow (x_1 - x_2)\left(p_x - p_x'\right) + (y_1 - y_2)\left(p_y - p_y'\right) \leq 0$$

Εφόσον όμως μεταβάλλεται μόνο η τιμή του x:

$$(x_1 - x_2)\left(p_x - p_x'\right) \leq 0$$

Αρνητικό αποτέλεσμα υποκατάστασης.

Μέθοδος ισοδύναμης μεταβολής εισοδήματος



A΄A ισοδύναμη μεταβολή

$X_1 - X_2$ αποτέλεσμα μεταβολής της τιμής

$X_1 - X_3$ αποτέλεσμα εισοδήματος

$X_3 - X_2$ αποτέλεσμα υποκατάστασης

Μέθοδος ισοδύναμης μεταβολής εισοδήματος

Ο καταναλωτής είναι αδιάφορος μεταξύ E_2 και E_3 επομένως κανένας συνδυασμός δεν μπορεί να έχει αποκαλυφθεί προτιμότερος από τον άλλο.

Δηλαδή δεν μπορεί να ισχύει:

$$p_x x_2 + p_y y_2 > p_x x_3 + p_y y_3$$

$$p_x' x_2 + p_y' y_2 > p_x' x_3 + p_y' y_3$$

Άρα θα ισχύει:

$$p_x x_2 + p_y y_2 \leq p_x x_3 + p_y y_3$$

$$p_x' x_2 + p_y' y_2 \leq p_x' x_3 + p_y' y_3$$

$$\Rightarrow (x_2 - x_3)\left(p_x - p_x'\right) + (y_2 - y_3)\left(p_y - p_y'\right) \leq 0$$

Εφόσον όμως μεταβάλλεται μόνο η τιμή του x:

$$(x_2 - x_3)\left(p_x - p_x'\right) \leq 0$$

Αρνητικό αποτέλεσμα υποκατάστασης.

Όταν η μεταβολή στην τιμή είναι πεπερασμένη οι τρεις μέθοδοι δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα.

Στο όριο (απειροελάχιστη μεταβολή) τα αποτελέσματα συμπίπτουν.

Παράδειγμα

Έστω η συνάρτηση ωφέλειας $U = XY$

Ποιες είναι οι ποσότητες X και Y με τις οποίες ο καταναλωτής μεγιστοποιεί την ωφέλεια του αν $P_X = 10, \quad P_Y = 2.5, \quad I = 1000$

Από την επίλυση του προβλήματος της μεγιστοποίησης της ωφέλειας με περιορισμό

(1) $MRS_{X,Y} = -\dfrac{P_X}{P_Y} \Rightarrow \dfrac{\partial U / \partial X}{\partial U / \partial Y} = \dfrac{Y}{X} = \dfrac{10}{2.5} \Rightarrow Y = 4X$

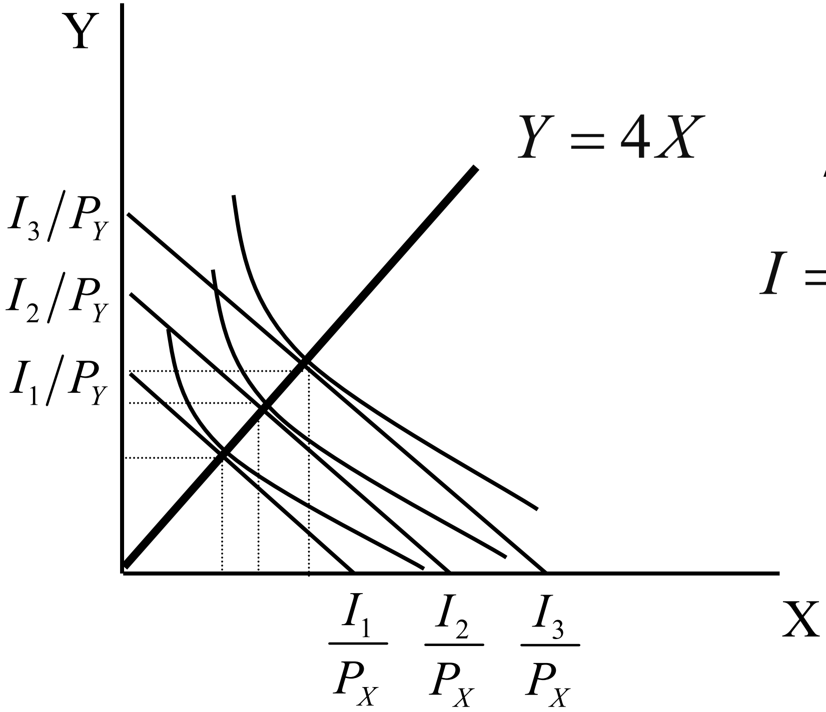
(2) $I = P_X X + P_Y Y$

Η σχέση Y και X σε οποιοδήποτε σημείο ισορροπίας με δεδομένες τιμές αλλά μεταβλητό εισόδημα

Εισοδηματική Καμπύλη Κατανάλωσης

Παράδειγμα

(συνέχεια)



Για να βρούμε το συγκεκριμένο σημείο ισορροπίας πρέπει να λάβουμε υπόψη και το εισόδημα.

$$I = P_X X + P_Y Y \Rightarrow 1000 = 10X + 2.5Y$$

$$1000 = 10X + 2.5(4X)$$

$$\boxed{\begin{array}{l} X = 50 \\ Y = 200 \end{array}}$$

Παράδειγμα

(συνέχεια)

Ποιες είναι οι συναρτήσεις ζήτησης του X και του Y

Στην περίπτωση αυτή δεν δίνουμε στις τιμές και το εισόδημα τις συγκεκριμένες τιμές (10, 2.5 και 1000).
Χρησιμοποιούμε μόνο την συγκεκριμένη μορφή της συνάρτησης ωφέλειας.

(1) $MRS_{X,Y} = -\frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow \frac{\partial U / \partial X}{\partial U / \partial Y} = \frac{Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow Y = \frac{P_X}{P_Y} X$

$\Downarrow$

Καμπύλη Κατανάλωσης Τιμής

Παράδειγμα

(συνέχεια)

(2) $I = P_X X + P_Y Y$

$$\Rightarrow I = P_X X + P_Y \left(\frac{P_X}{P_Y} X \right) = 2 P_X X$$

$X = \dfrac{I}{2P_X}$ ***Συνάρτηση Ζήτησης του X***

$Y = \dfrac{I}{2P_Y}$ ***Συνάρτηση Ζήτησης του Y***

$X = \dfrac{I}{2P_X} \quad \Rightarrow X = \dfrac{I/2}{P_X}$

Η ζήτηση του X δεν εξαρτάται από την τιμή του Y

Ο καταναλωτής αφιερώνει το ½ του εισοδήματός του στο X. Η ζητούμενη ποσότητα εξαρτάται από την τιμή του X

Παράδειγμα

(συνέχεια)

Αν στην συνάρτηση ζήτησης κρατήσουμε ως άγνωστο μόνο την τιμή του X

$$\Rightarrow X = \frac{1000/2}{P_X} = \frac{500}{P_X}$$

Καμπύλη Ζήτησης

Αν στην συνάρτηση ζήτησης κρατήσουμε ως άγνωστο μόνο το Εισόδημα

$$\Rightarrow X = \frac{I/2}{10} = \frac{I}{20}$$

Καμπύλη Engel

Ανάλυση της μεταβολής της τιμής του X από 10 σε 5 σε Αποτέλεσμα Υποκατάστασης και Εισοδήματος με τη μέθοδο της Διαφοράς Κόστους

Με την μέθοδο της ***Διαφοράς κόστους*** αφαιρείται εισόδημα και η νέα ΓΚΔ είναι η ΑΒ

Ζητούμενο: η ποσότητα Γ

Στο E_3 ισχύει

Το εισόδημα που απαιτείται για την αγορά του E_3 $= 5X + 2.5Y$

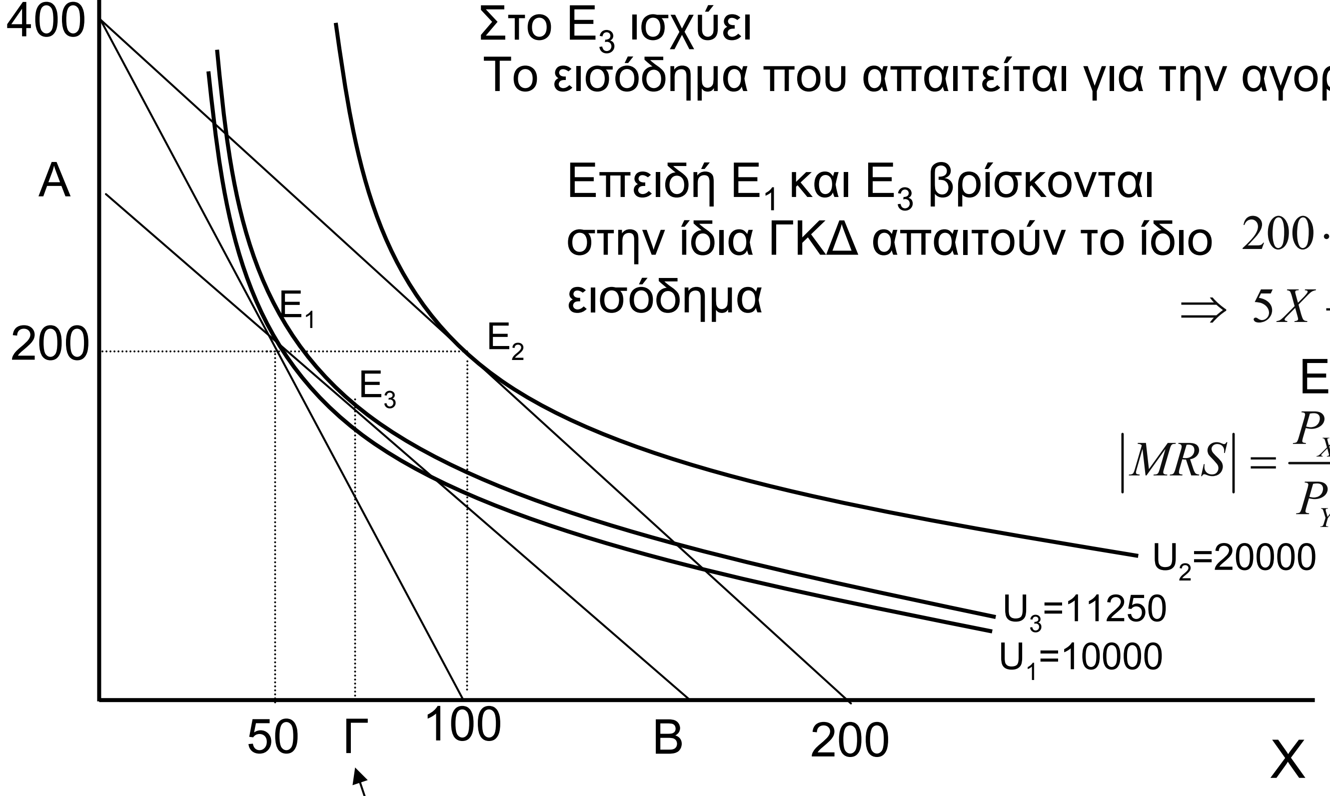
Επειδή E_1 και E_3 βρίσκονται στην ίδια ΓΚΔ απαιτούν το ίδιο εισόδημα

$$200 \cdot 2.5 + 50 \cdot 5 = 750$$

$$\Rightarrow \; 5X + 2.5Y = 750 \quad (1)$$

Επίσης στο E_3

$$\left|MRS\right| = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow \frac{Y}{X} = \frac{5}{2.5} \Rightarrow Y = 2X \quad (2)$$



$$(1) \,\&\, (2) \Rightarrow X = 75 \quad Y = 150$$

Απ. Υποκατάστασης = 75-50=25

Απ. Εισοδήματος = 100-75=25

Εισόδημα στο ΑΒ $\quad 5 \cdot 75 + 2.5 \cdot 150 = 750$

$A = 750/2.5 = 300 \qquad U_3 = 75 \cdot 150 = 11250$

$B = 750/5 = 150$

Διαφορά κόστους **1000-750=250**

Ανάλυση της μεταβολής της τιμής του X από 10 σε 5 σε Αποτέλεσμα Υποκατάστασης και Εισοδήματος με τη μέθοδο της Αντισταθμιστικής Μεταβολής

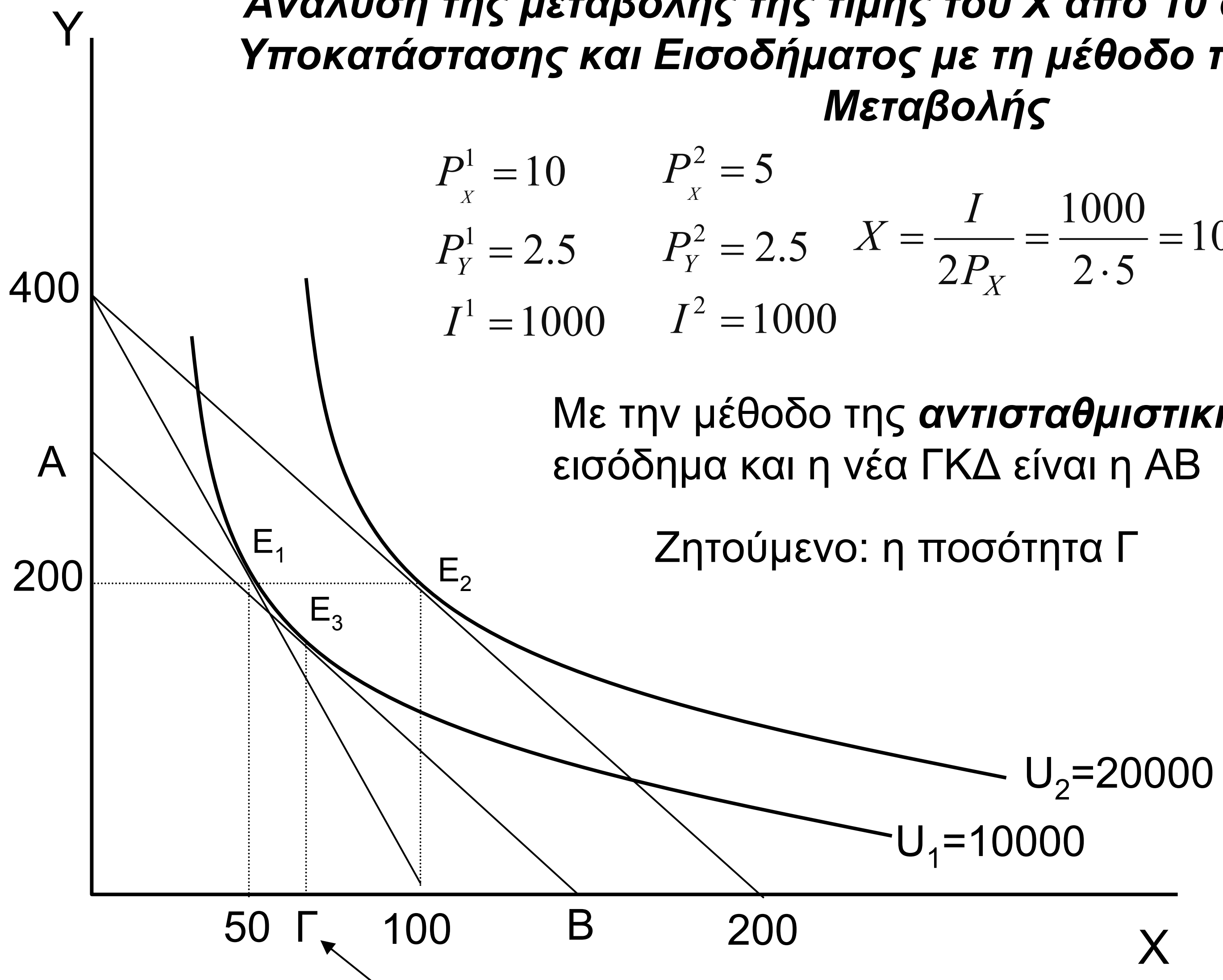
$P_X^1 = 10 \qquad P_X^2 = 5$

$P_Y^1 = 2.5 \qquad P_Y^2 = 2.5$

$I^1 = 1000 \qquad I^2 = 1000$

$$X = \frac{I}{2P_X} = \frac{1000}{2 \cdot 5} = 100$$

Συνολικό Αποτέλεσμα Τιμής = 100-50=50



Με την μέθοδο της ***αντισταθμιστικής μεταβολής*** αφαιρείται εισόδημα και η νέα ΓΚΔ είναι η ΑΒ

Ζητούμενο: η ποσότητα Γ

Στο E_3 ισχύει

(1) $U = XY = 10000$

(2) $\left|MRS\right| = \frac{\partial U/\partial X}{\partial U/\partial Y} = \frac{P_X}{P_Y}$

$$\frac{Y}{X} = \frac{5}{2.5} \Rightarrow Y = 2X$$

(1) & (2) $X = 70.71 \quad Y = 141.42$

Απ. Υποκατάστασης =70.71-50=20.71

Απ. Εισοδήματος =100-70.71=29.29

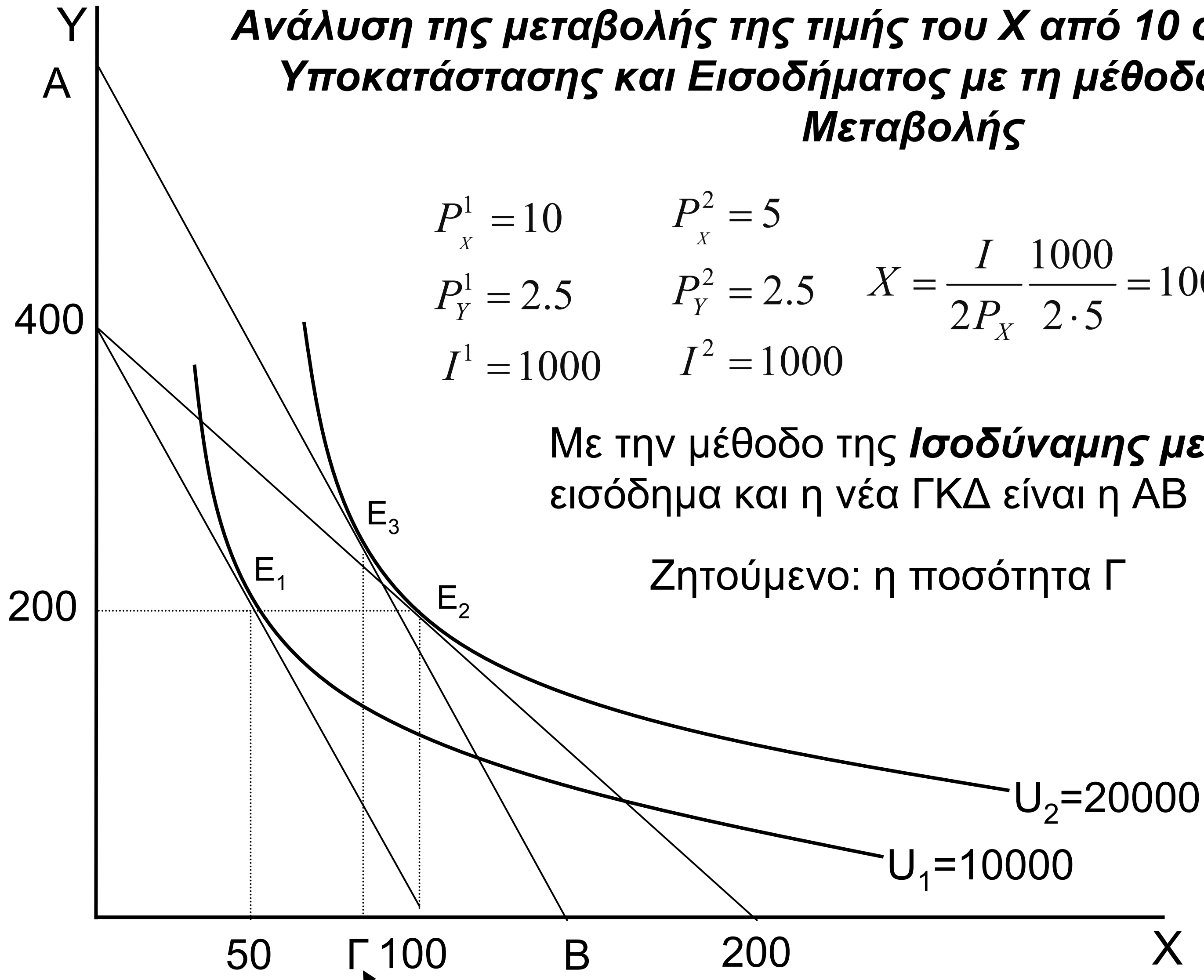
Εισόδημα στο ΑΒ $5 \cdot 70.71 + 2.5 \cdot 141.42 \approx 707$

$A = 707/2.5 = 282.8$

$B = 707/5 = 141.4$

Αντισταθμιστική Μεταβολή Εισοδήματος **1000-707=293**

Ανάλυση της μεταβολής της τιμής του X από 10 σε 5 σε Αποτέλεσμα Υποκατάστασης και Εισοδήματος με τη μέθοδο της Ισοδύναμης Μεταβολής



$$P_X^1 = 10 \qquad P_X^2 = 5$$

$$P_Y^1 = 2.5 \qquad P_Y^2 = 2.5 \qquad X = \frac{I}{2P_X}\frac{1000}{2\cdot 5} = 100$$

$$I^1 = 1000 \qquad I^2 = 1000$$

Συνολικό Αποτέλεσμα Τιμής = 100-50=50

Με την μέθοδο της ***Ισοδύναμης μεταβολής*** προστίθεται εισόδημα και η νέα ΓΚΔ είναι η ΑΒ

Ζητούμενο: η ποσότητα Γ

Στο E_3 ισχύει

(1) $U = XY = 20000$

(2) $\left|MRS\right| = \dfrac{\partial U/\partial X}{\partial U/\partial Y} = \dfrac{P_X}{P_Y}$

$$\frac{Y}{X} = \frac{10}{2.5} \Rightarrow Y = 4X$$

(1) & (2) $X = 70.71 \quad Y = 282.84$

Απ. Υποκατάστασης =100-70.71=29.29

Απ. Εισοδήματος =70.71-50=20.71

Εισόδημα στο ΑΒ $10\cdot 70.71 + 2.5\cdot 282.84 \approx 1414$

$$A = 1414/2.5 = 565.6$$

Ισοδύναμη Μεταβολή Εισοδήματος **1414-1000=414**

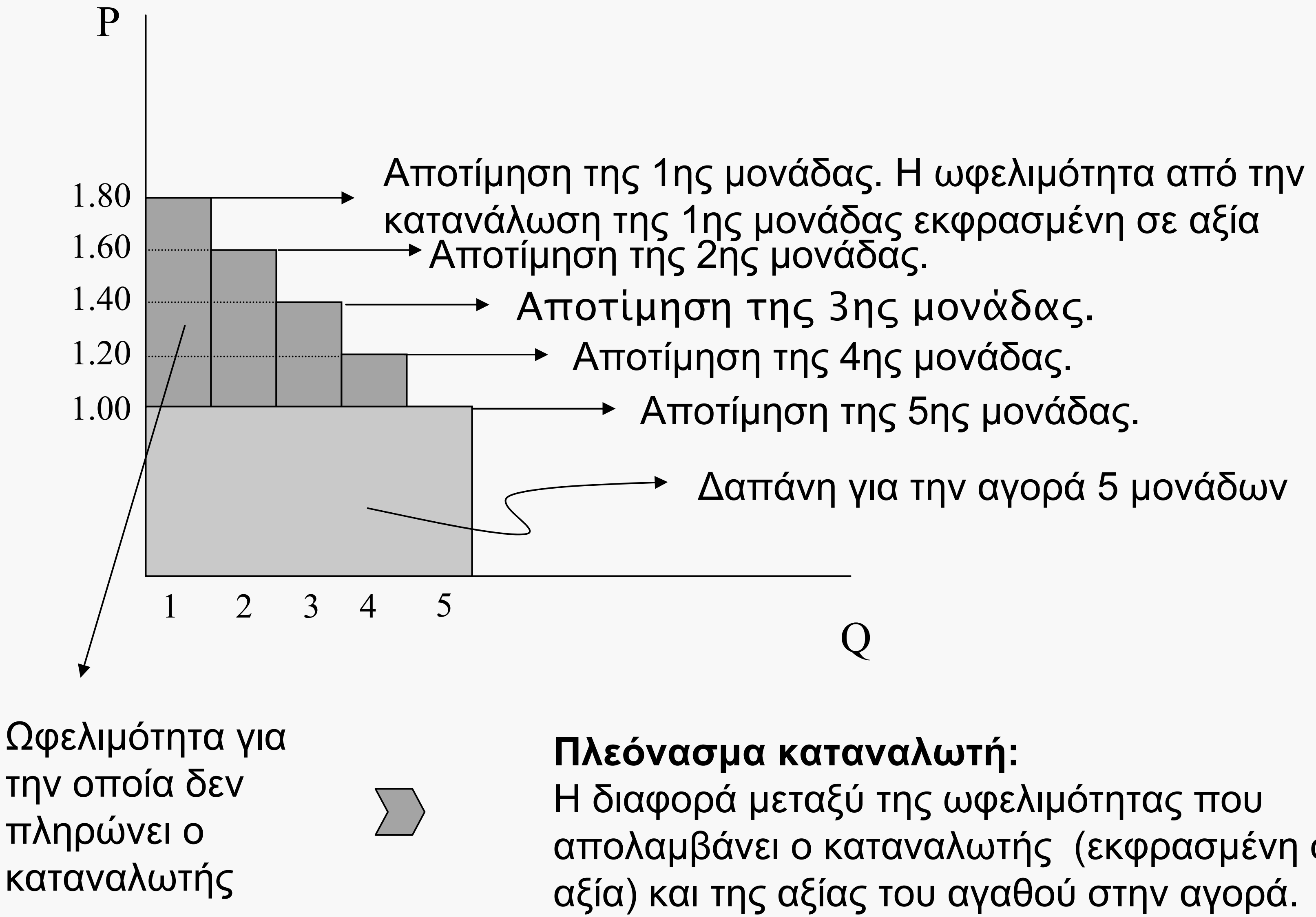
$$B = 1414/100 = 141.4$$

Αντισταθμιστική Μεταβολή
Απ. Υποκατάστασης=20.71
Απ. Εισοδήματος=29.29
Αντισταθμιστική Μεταβολή Εισοδήματος=293

Ισοδύναμη μεταβολή
Απ. Υποκατάστασης=29.29
Απ. Εισοδήματος=20.71
Ισοδύναμη Μεταβολή Εισοδήματος=414

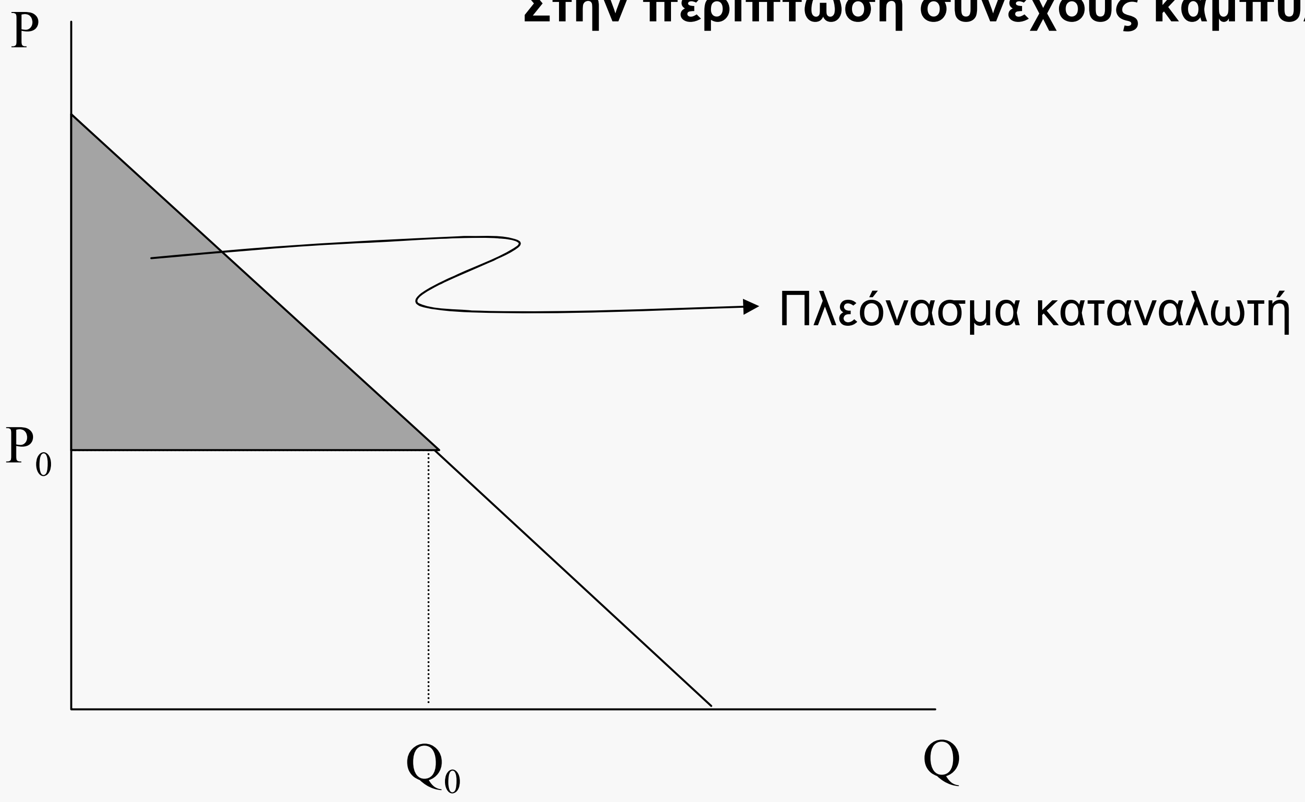
Διαφορά κόστους
Απ. Υποκατάστασης=25
Απ. Εισοδήματος=25
Διαφορά κόστους=250

Πλεόνασμα Καταναλωτή



Πλεόνασμα καταναλωτή:
Η διαφορά μεταξύ της ωφελιμότητας που απολαμβάνει ο καταναλωτής (εκφρασμένη σε αξία) και της αξίας του αγαθού στην αγορά.

Στην περίπτωση συνεχούς καμπύλης ζήτησης



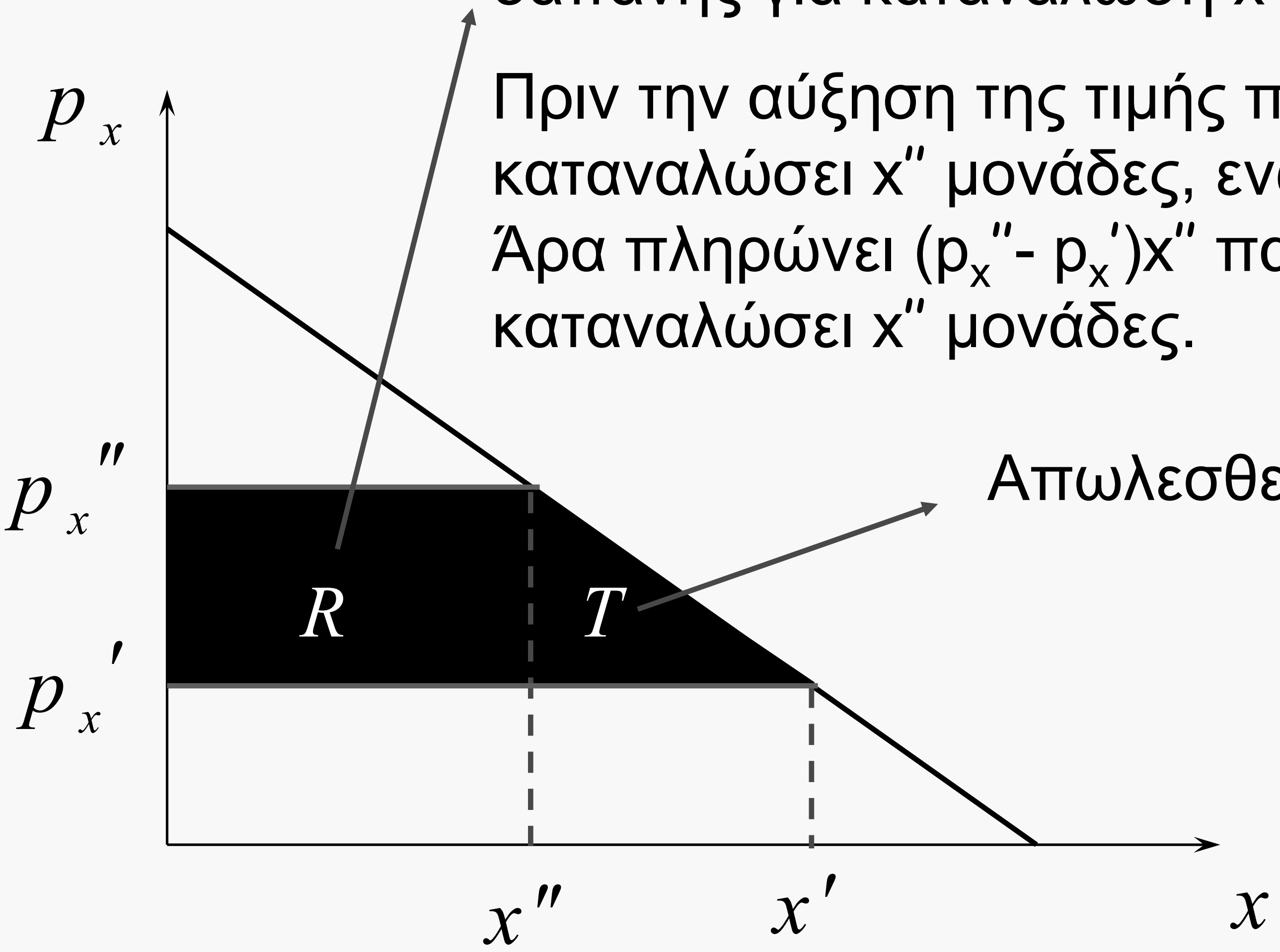
Μεταβολή Πλεονάσματος Καταναλωτή

Συνήθως μας ενδιαφέρει η μεταβολή του πλεονάσματος που προκύπτει από κάποια αλλαγή πολιτικής π.χ. αύξηση της τιμής ενός αγαθού.

Απώλεια πλεονάσματος λόγω αυξημένης δαπάνης για κατανάλωση x″ μονάδων.

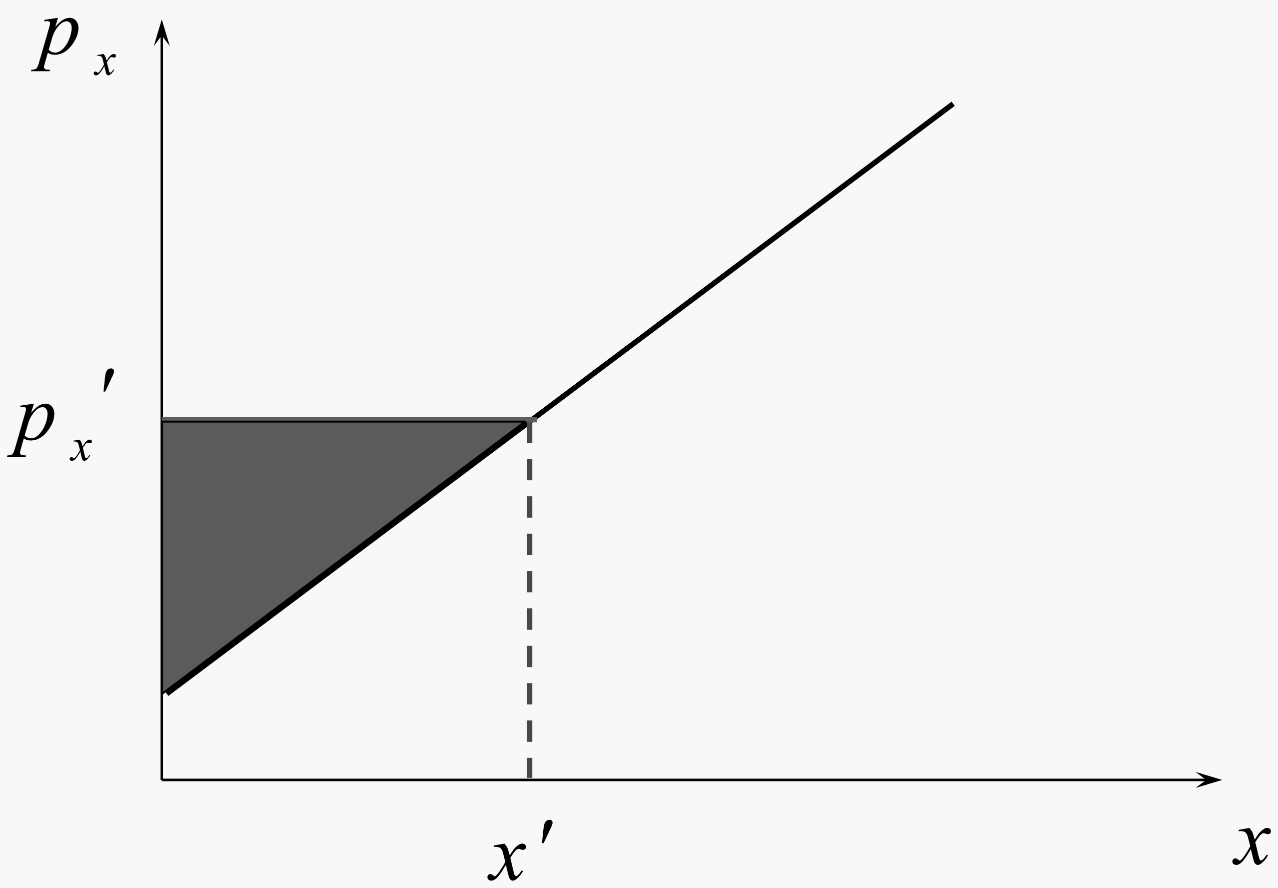
Πριν την αύξηση της τιμής πλήρωνε p_x' για να καταναλώσει x″ μονάδες, ενώ τώρα πληρώνει p_x''. Άρα πληρώνει $(p_x'' - p_x')x''$ παραπάνω για να καταναλώσει x″ μονάδες.

Απωλεσθείσα κατανάλωση



Πλεόνασμα Παραγωγού

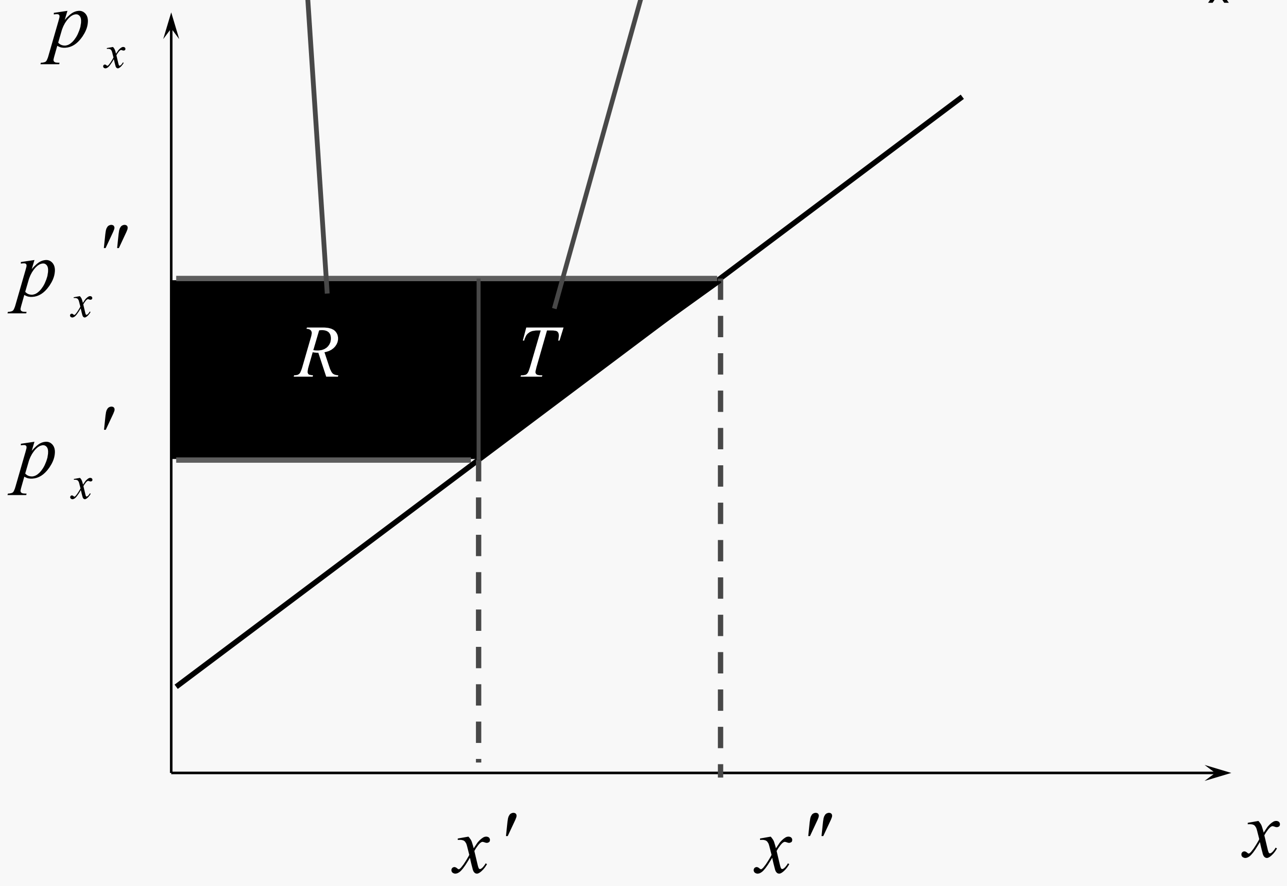
Κατ’ αναλογία ορίζετε και το πλεόνασμα παραγωγού.



Πλεόνασμα Παραγωγού

Όφελος από την πώληση x΄ μονάδων σε υψηλότερη τιμή p_x''.

Όφελος από την πώληση επιπλέον μονάδων σε τιμή p_x''.



Αγορά και πώληση

Μέχρι τώρα θεωρήσαμε το εισόδημα δεδομένο.

Στην πραγματικότητα όμως οι άνθρωποι κερδίζουν το εισόδημα τους πουλώντας πράγματα που τους ανήκουν (π.χ. την εργασία τους).

Αυτό γίνεται μέσω του εμπορίου.

Εμπόριο σημαίνει ανταλλαγή – για να αγοραστεί κάτι πρέπει κάτι να πουληθεί.

- Τι θα αγοραστεί; Τι θα πουληθεί;
- Ποιος θα είναι ο αγοραστής; Ποιος θα είναι ο πωλητής;
- Πώς δημιουργούνται τα εισοδήματα;
- Πώς η αξία του εισοδήματος εξαρτάται από τις τιμές των αγαθών;
- Πώς μπορούμε να συνδέσουμε όλα αυτά τα στοιχεία για να εξηγήσουμε καλύτερα τον τρόπο που οι αλλαγές της τιμής επηρεάζουν τη ζήτηση;

Αγορά και πώληση

Υποθέτουμε ότι ένας καταναλωτής ξεκινά με ένα αρχικό απόθεμα δύο αγαθών ω_1 και ω_2.

Ποια είναι η αξία του αρχικού αποθέματος;

Με ποιους συνδυασμούς καταναλωτικών αγαθών μπορεί να ανταλλαγεί;

Το αρχικό απόθεμα μπορεί να ανταλλαγεί με συνδυασμούς καταναλωτικών αγαθών που δεν κοστίζουν περισσότερο από την αξία του αρχικού αποθέματος.

$$p_1x_1 + p_2x_2 = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$$
$$\Rightarrow p_1\left(x_1 - \omega_1\right) + p_2\left(x_2 - \omega_2\right) = 0$$

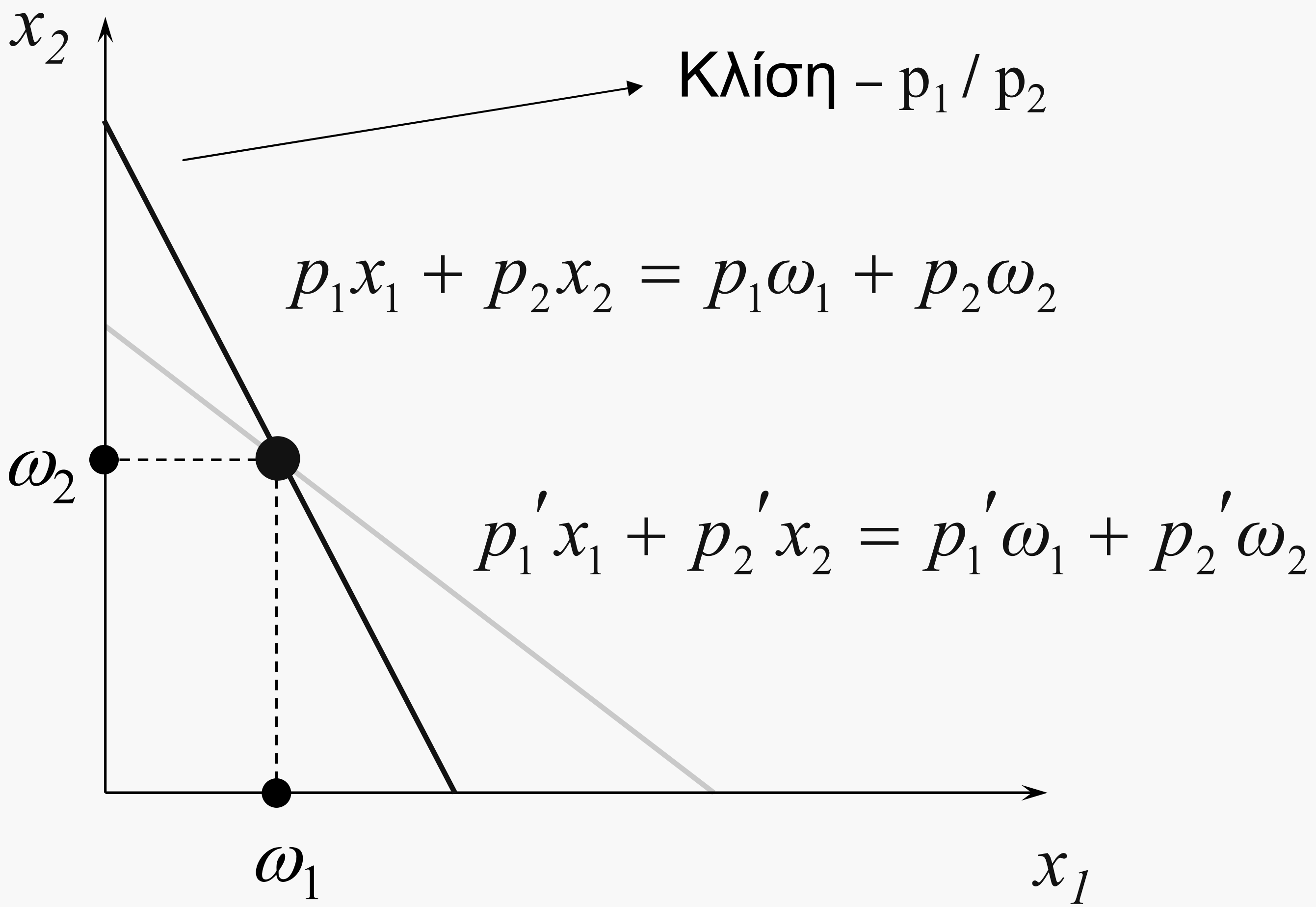
Αν $(x_1-\omega_1) > 0$, ο καταναλωτής είναι καθαρός αγοραστής του αγαθού 1.

Αν $(x_1-\omega_1) < 0$, ο καταναλωτής είναι καθαρός πωλητής του αγαθού 1.

Η αξία των αγαθών που καταναλώνει ο καταναλωτής πρέπει να είναι ίση με την αξία των αγαθών του αρχικού του αποθέματος.

Αγορά και πώληση

Το αρχικό σημείο αποθέματος βρίσκεται πάντα στον εισοδηματικό περιορισμό.
Έτσι, οι αλλαγές τιμής στρέφουν τον περιορισμό γύρω από το σημείο του αποθέματος.



Αγορά και πώληση: Αναθεωρημένος εισοδηματικός περιορισμός

Ο περιορισμός $p_1x_1 + p_2x_2 = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$

μπορεί να ξαναγραφεί:

$$p_1\underbrace{\left(x_1 - \omega_1\right)} + p_2\underbrace{\left(x_2 - \omega_2\right)} = 0$$

Καθαρή ζήτηση

Δηλαδή το άθροισμα των αξιών της καθαρής ζήτησης ενός καταναλωτή είναι μηδενικό.

Ας υποθέσουμε ότι (ω_1,ω_2) = (10,2) και ότι p_1=2, p_2=3. Τότε, ο περιορισμός είναι

$$p_1x_1 + p_2x_2 = p_1\omega_1 + p_2\omega_2 = 26$$

Αν η ακαθάριστη ζήτηση (x_1^*,x_2^*) = (7,4), τότε, 3 μονάδες αγαθού 1 ανταλλάσσονται για 2 μονάδες αγαθού 2.

Η καθαρή ζήτηση είναι: $x_1^*- w_1$ = 7-10 = -3 και $x_2^*- w_2$ = 4 - 2 = +2

Αγορά και πώληση: Αναθεωρημένος εισοδηματικός περιορισμός

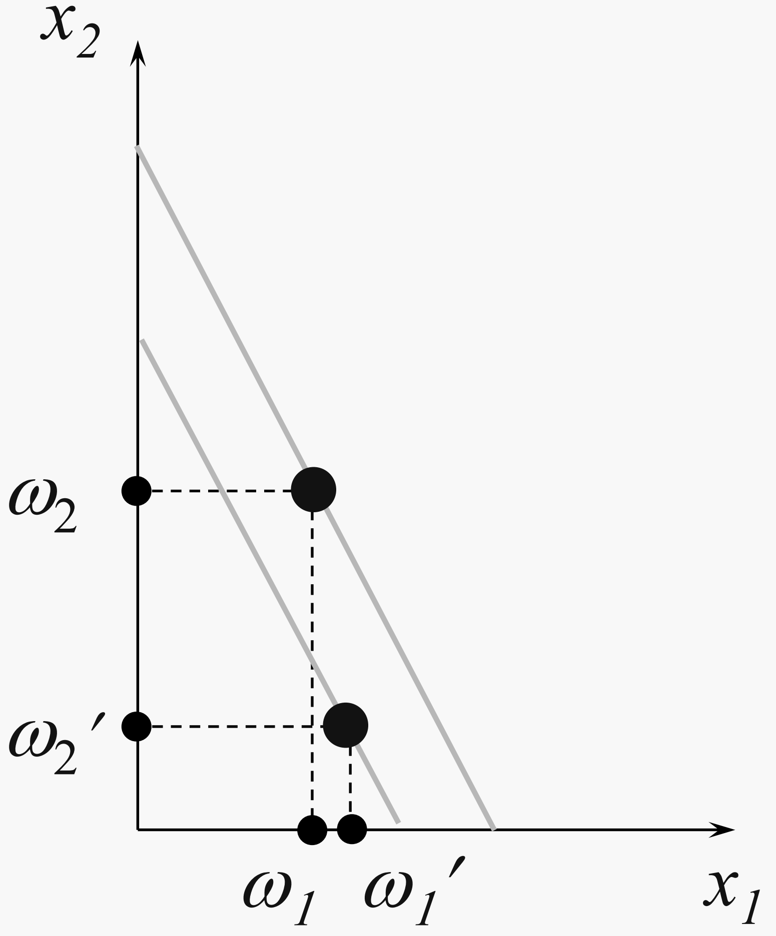
Άρα: $$p_1\left(x_1-\omega_1\right)+p_2\left(x_2-\omega_2\right)=0$$

$$\Rightarrow 2\times\left(-3\right)+3\times 2=0$$

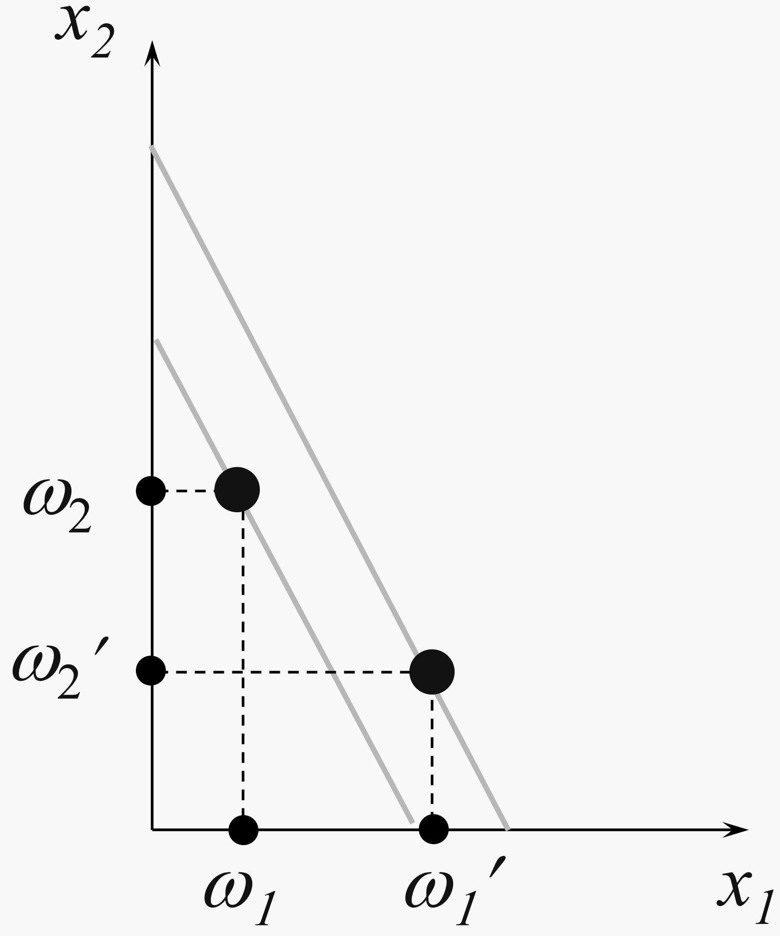
Η αγορά 2 επιπλέον μονάδων αγαθού 2 στην τιμή των 3€ η καθεμία, χρηματοδοτείται από την πώληση 3 μονάδων αγαθού 1 στην τιμή των 2€ η καθεμία.

Μεταβολή του αρχικού αποθέματος

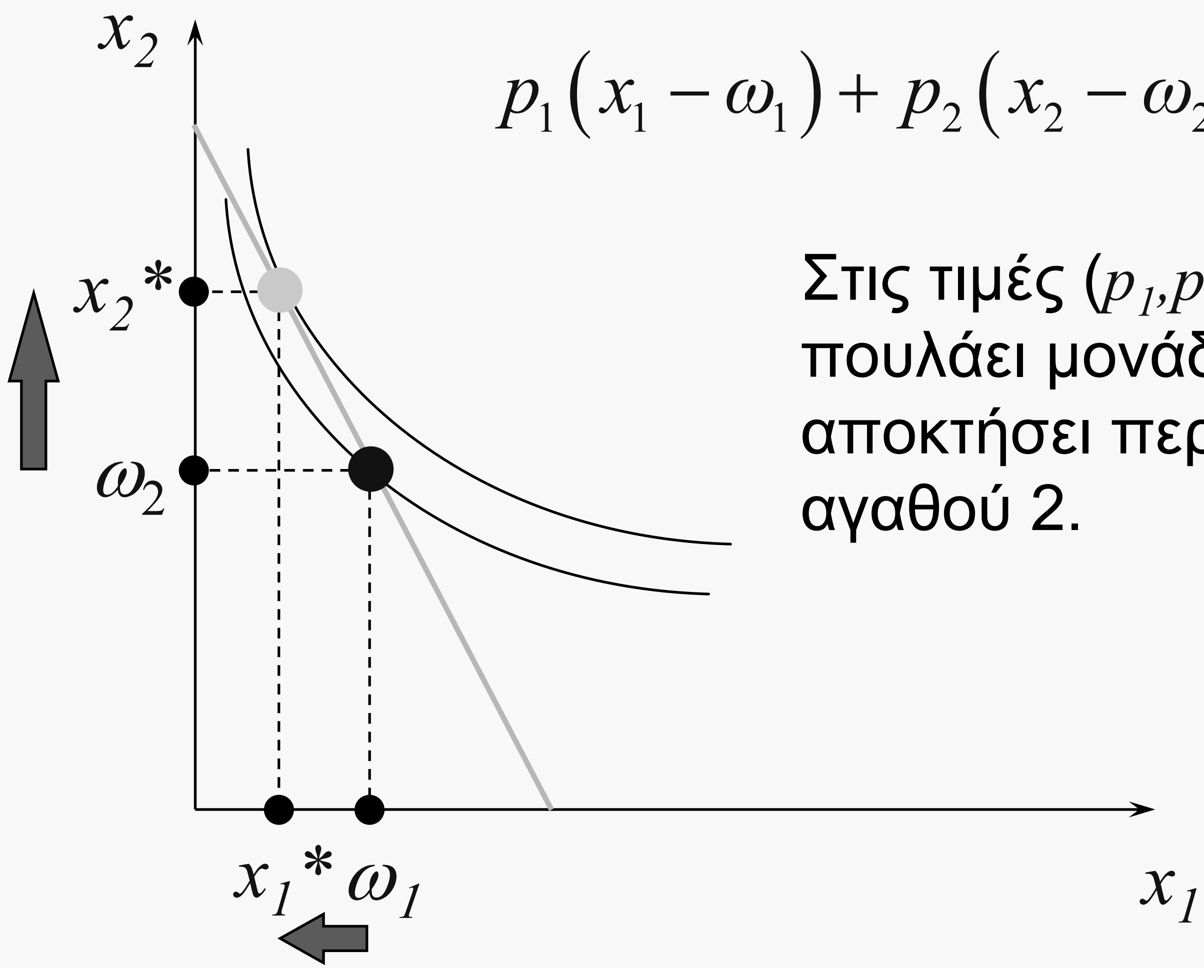
$$p_1\omega_1 + p_2\omega_2 > p_1\omega_1' + p_2\omega_2'$$



$$p_1\omega_1 + p_2\omega_2 < p_1\omega_1' + p_2\omega_2'$$



Μεταβολές της τιμής



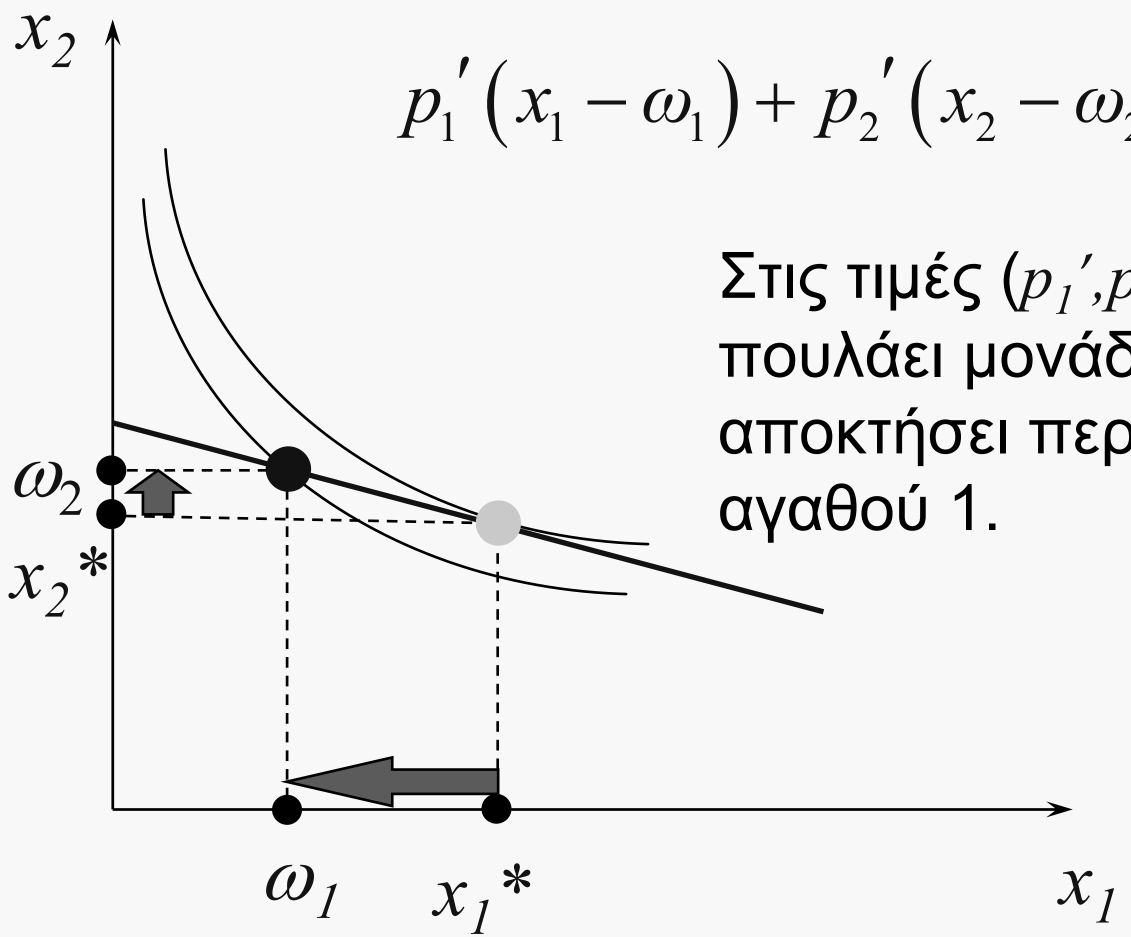
$$p_1\left(x_1-\omega_1\right)+p_2\left(x_2-\omega_2\right)=0$$

Στις τιμές (p_1,p_2), ο καταναλωτής πουλάει μονάδες αγαθού 1 για να αποκτήσει περισσότερες μονάδες αγαθού 2.

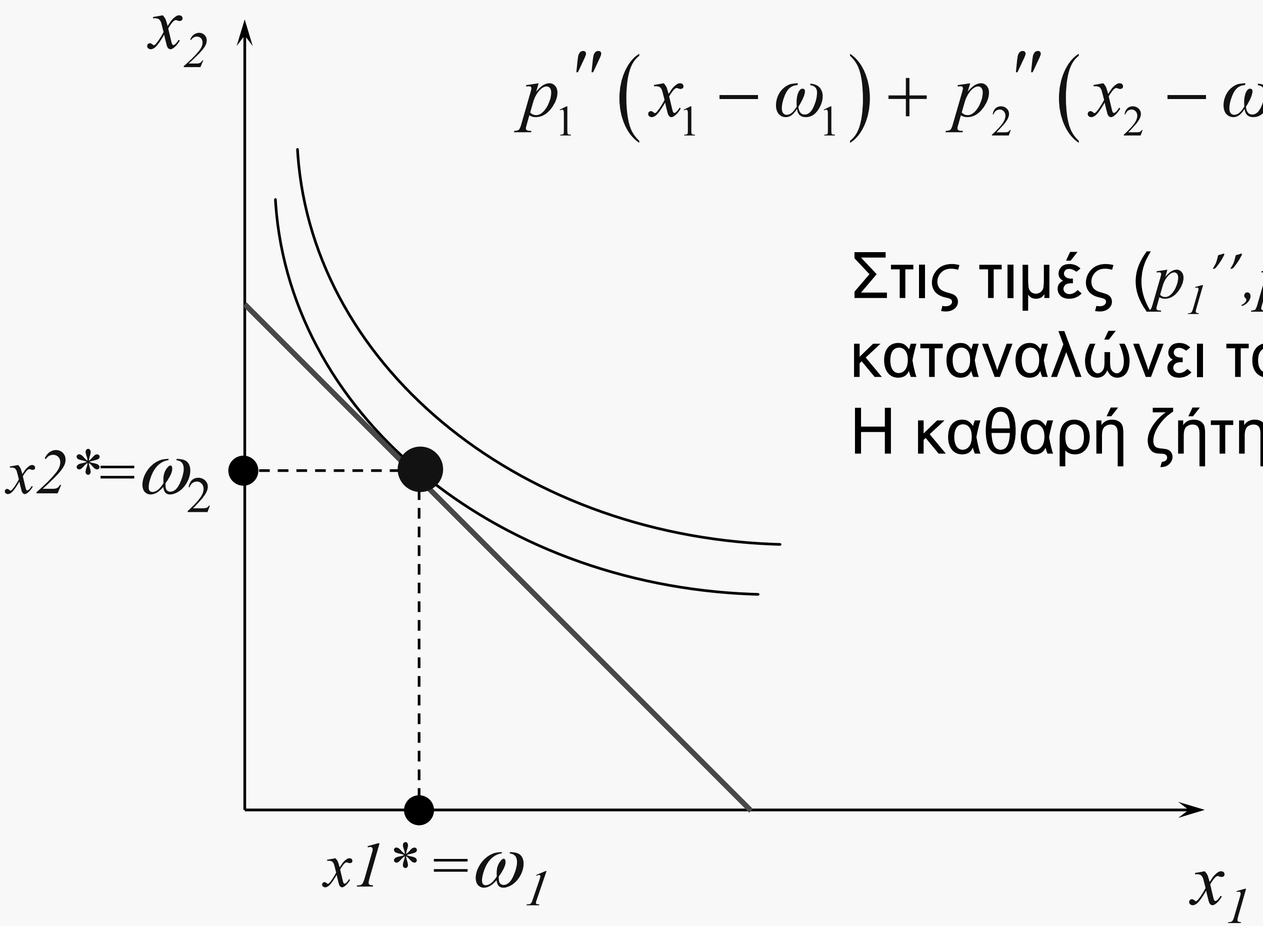
Μεταβολές της τιμής

$$p_1'\left(x_1-\omega_1\right)+p_2'\left(x_2-\omega_2\right)=0$$

Στις τιμές (p_1',p_2'), ο καταναλωτής πουλάει μονάδες αγαθού 2 για να αποκτήσει περισσότερες μονάδες αγαθού 1.



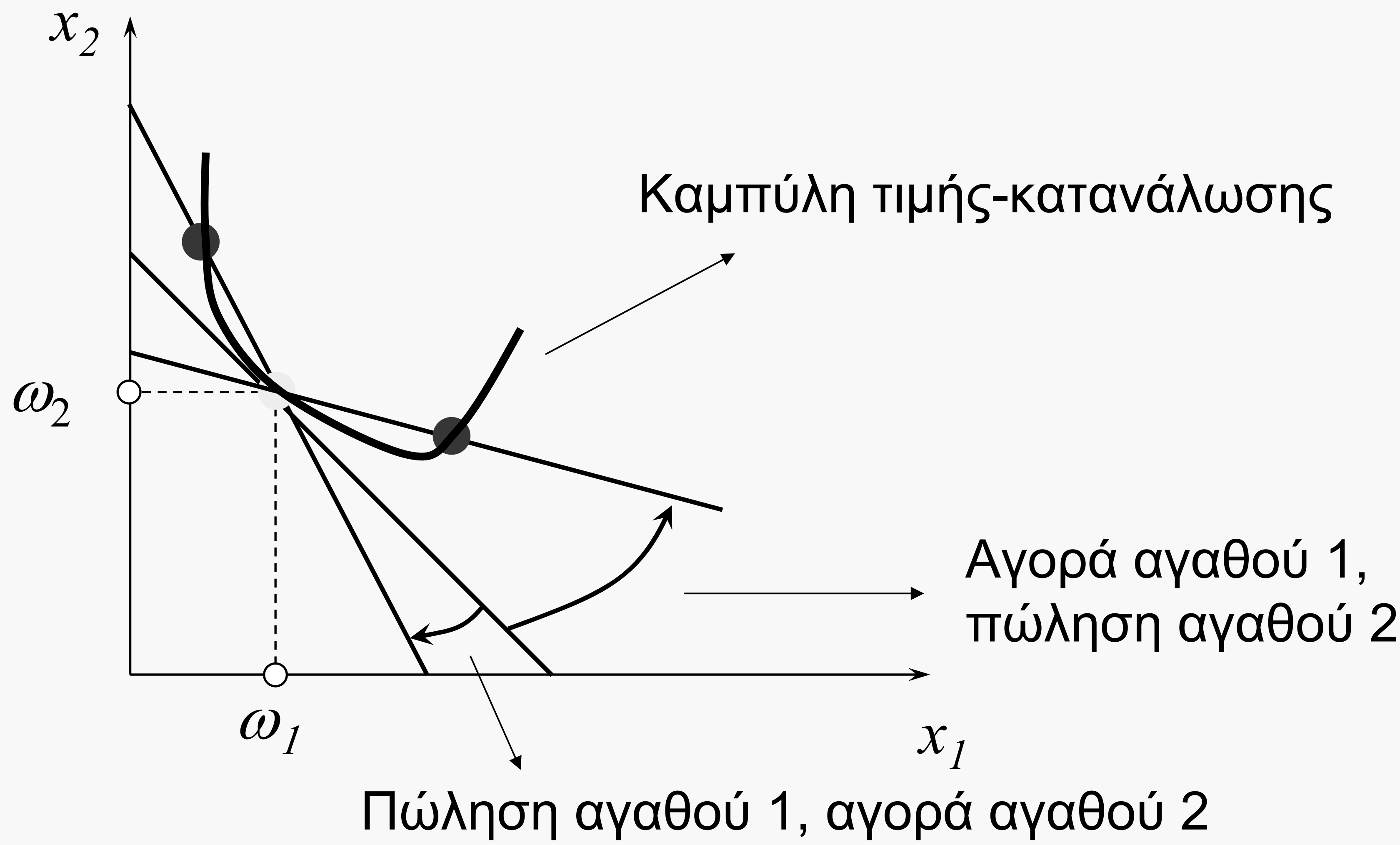
Μεταβολές της τιμής



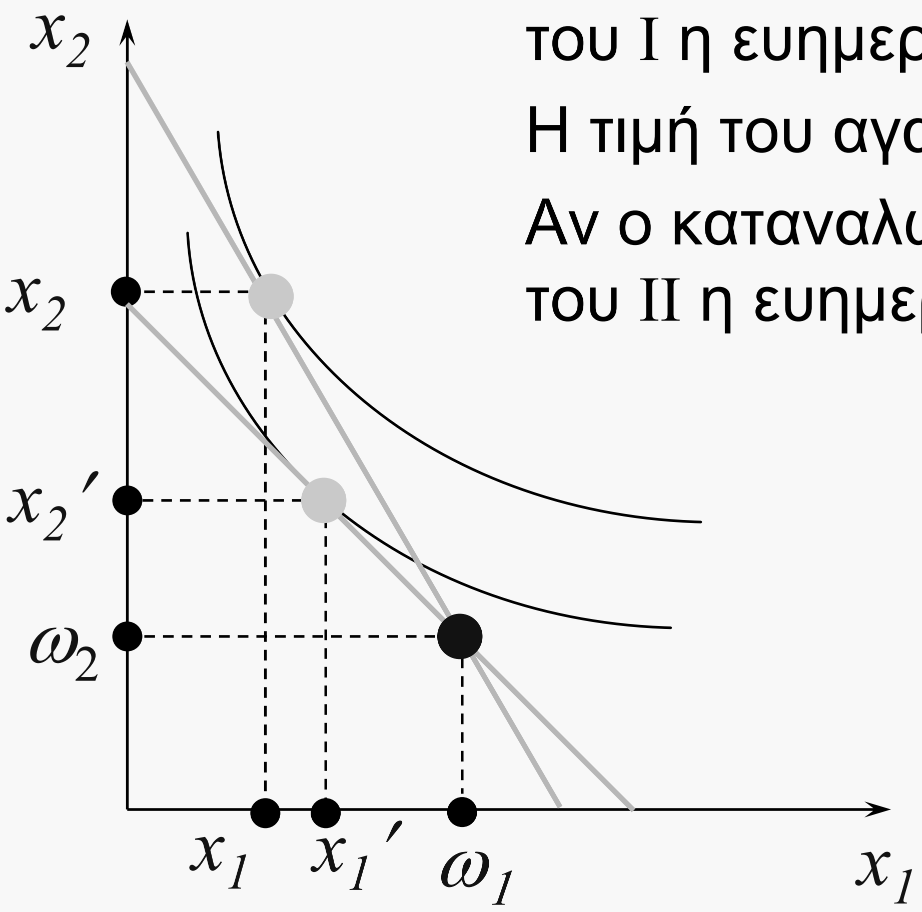
$$p_1''\left(x_1-\omega_1\right)+p_2''\left(x_2-\omega_2\right)=0$$

Στις τιμές (p_1'',p_2''), ο καταναλωτής καταναλώνει το απόθεμα του.
Η καθαρή ζήτηση είναι μηδενική.

Μεταβολές της τιμής



Μεταβολές της τιμής και αποκαλυφθείσα προτίμηση



Η τιμή του αγαθού I μειώνεται.

Αν ο καταναλωτής παραμείνει πωλητής του I η ευημερία του μειώνεται.

Η τιμή του αγαθού II αυξάνεται.

Αν ο καταναλωτής παραμείνει αγοραστής του II η ευημερία του μειώνεται.

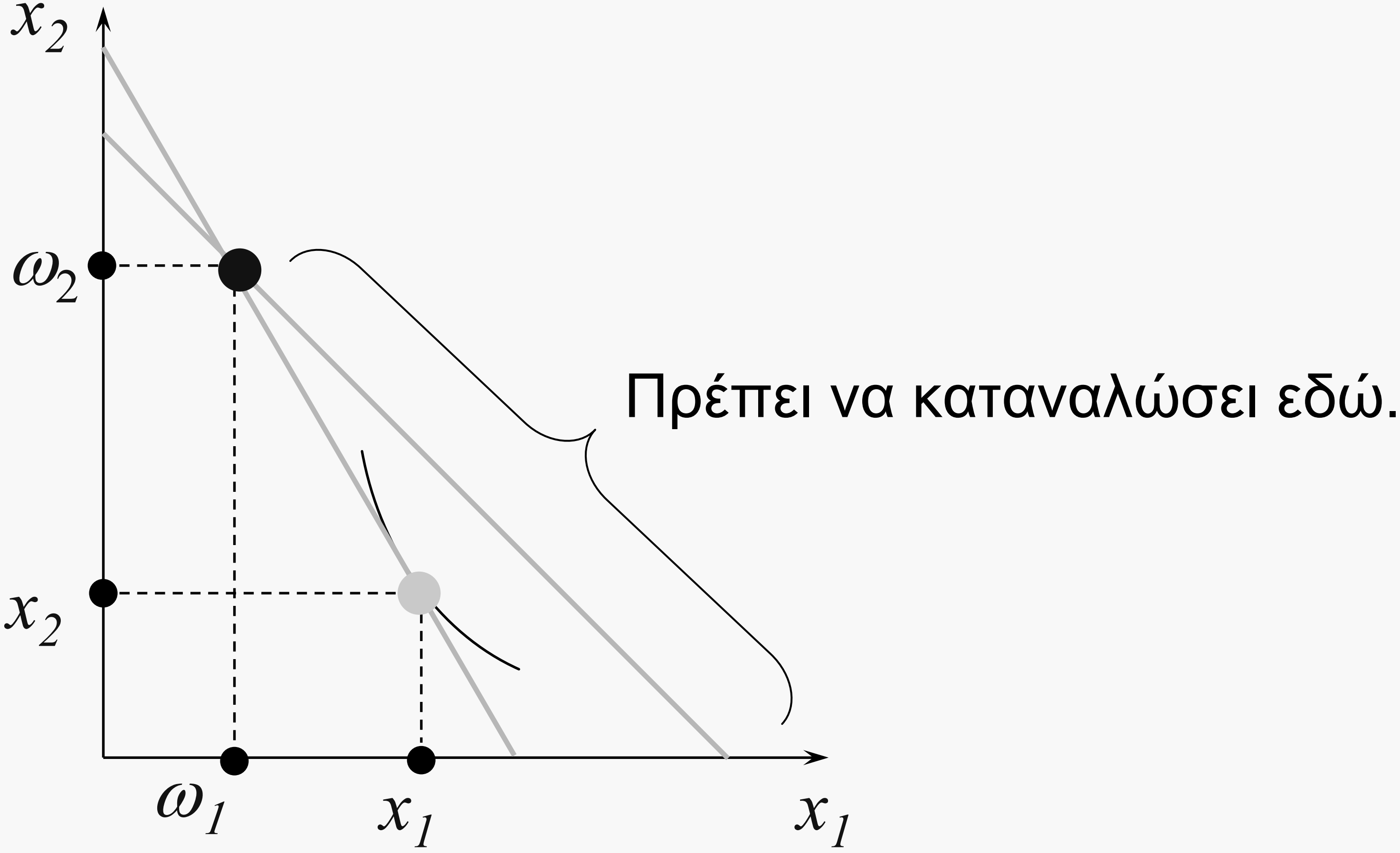
Μεταβολές της τιμής και αποκαλυφθείσα προτίμηση

Ο καταναλωτής είναι καθαρός αγοραστής αγαθού I.

Η τιμή του αγαθού I μειώνεται.

Ο καταναλωτής θα συνεχίσει να είναι αγοραστής του I.

Ομοίως: ένα άτομο που είναι καθαρός πωλητής ενός αγαθού του οποίου η τιμή αυξάνεται θα παραμείνει καθαρός πωλητής.



Αναθεωρημένη εξίσωση Slutsky

Πως αντιδρά η ζήτηση ενός αγαθού στην μεταβολή της τιμής του;

Αν το χρηματικό **εισόδημα** κρατείται **σταθερό** τότε:

$$\frac{\Delta x}{\Delta p_x} = \frac{\Delta x^s}{\Delta p_x} - \frac{\Delta x^m}{\Delta I} x$$

Αλλά στην περίπτωση που εξετάζουμε, στην οποία έχουμε αρχικό απόθεμα, μεταβάλλεται το χρηματικό εισόδημα.

Σε αυτήν την περίπτωση το αποτέλεσμα εισοδήματος μπορεί να οφείλεται:

A) στην μεταβολή της τιμής που επιτρέπει την αγορά όσης ποσότητας αγαθού καταναλωνόταν προηγουμένως και να μείνουν επιπλέον χρήματα (**κανονικό εισοδηματικό αποτέλεσμα**).

B) στην μεταβολή της τιμής που μεταβάλλει την αξία του αποθέματος, άρα και του εισοδήματος (**αποτέλεσμα εισοδήματος του αποθέματος**).

Αναθεωρημένη εξίσωση Slutsky

Άρα η εξίσωση Slutsky μεταβάλλεται ως:

$$\frac{\Delta x}{\Delta p_x} = \frac{\Delta x^s}{\Delta p_x} - \frac{\Delta x^m}{\Delta I} x + \text{αποτέλεσμα εισοδήματος του αποθέματος}$$

αποτέλεσμα εισοδήματος του αποθέματος = <u>μεταβολή της ζήτησης όταν μεταβάλλεται το εισόδημα</u> × <u>μεταβολή εισοδήματος όταν μεταβάλλονται οι τιμές</u>

$$\frac{\Delta x^m}{\Delta I}$$

Το εισόδημα είναι όμως: $I = p_1\omega_1 + p_2\omega_2 \Rightarrow \dfrac{\Delta I}{\Delta p_1} = \omega_1$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta p_x} = \frac{\Delta x^s}{\Delta p_x} - \frac{\Delta x^m}{\Delta I} x + \frac{\Delta x^m}{\Delta I}\frac{\Delta I}{\Delta p_1} \quad \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta p_x} = \frac{\Delta x^s}{\Delta p_x} + \left(\omega_1 - x\right)\frac{\Delta x^m}{\Delta I}$$

Αναθεωρημένη εξίσωση Slutsky

$$\frac{\Delta x}{\Delta p_x} = \frac{\Delta x^s}{\Delta p_x} + (\omega_1 - x)\frac{\Delta x^m}{\Delta I}$$

$$(?) = (-) \quad + (?)(+)$$

Αποτέλεσμα υποκατάστασης

Κανονικό αγαθό

Αν το άτομο είναι καθαρός αγοραστής τότε (x-ω_1) >0 $\Rightarrow$

(ω_1- x) <0, άρα: $\frac{\Delta x}{\Delta p_x} < 0$

Αν το άτομο είναι καθαρός πωλητής τότε (x-ω_1) <0 $\Rightarrow$

(ω_1- x) >0, άρα: $\frac{\Delta x}{\Delta p_x} = (?)$

Παράδειγμα

Έστω ένας κτηνοτρόφος που παράγει 40 λίτρα γάλα την εβδομάδα. Έστω ότι η τιμή γάλακτος στην αγορά είναι 2€/λίτρο και η συνάρτηση ζήτησης του για γάλα (για αυτοκατανάλωση) είναι:

$$x_1 = 10 + \frac{I}{10 p_1^{\,2}}$$

Αν η τιμή πέσει στα 1€/λίτρο το λίτρο να υπολογίσετε το <u>αποτέλεσμα υποκατάστασης</u>, το <u>αποτέλεσμα κανονικού εισοδήματος</u> και το <u>αποτέλεσμα εισοδήματος του αποθέματος</u>.

Αρχικό εισόδημα: 40 λίτρα x 2€/λίτρο = 80€

Αρχική ζήτηση γάλακτος: 10+80/(10·4)=12 λίτρα

Παράδειγμα

(συνέχεια)

Στην τιμή 1€/λίτρο η ζήτηση θα είναι 10+40/(10·1)=14 λίτρα $\Rightarrow$ *Συνολική μεταβολή της ζήτησης*: 14 λίτρα–12 λίτρα = 2 λίτρα

Αποτέλεσμα υποκατάστασης

Πόσο πρέπει να μεταβληθεί το εισόδημα ώστε η αρχική κατανάλωση να είναι μόλις εφικτή;

$$\Delta I = x_1 \Delta p_1 = 12 \times \left(1-2\right) = -12€ \quad \Rightarrow I' = I + \Delta I = 80 - 12 = 68€$$

$$x_1\left(p_1', I'\right) = x_1\left(1, 68\right) = 10 + \frac{68}{10 \times 1} = 16,8 \quad \Rightarrow \Delta x_1^{s} = 16,8 - 12 = 4,8$$

Παράδειγμα

(συνέχεια)

<u>Αποτέλεσμα κανονικού εισοδήματος</u>

Είναι η μεταβολή του εισοδήματος που διατηρεί σταθερή την τιμή του αγαθού στο p_1'.

$$\Rightarrow \Delta x_1^n = x_1\left(p_1', I\right) - x_1\left(p_1', I'\right)$$

$$\Rightarrow \Delta x_1^n = x_1\left(1{,}80\right) - x_1\left(1{,}68\right) = 18 - 16{,}8 = 1{,}2$$

Παράδειγμα

(συνέχεια)

<u>Αποτέλεσμα εισοδήματος αποθέματος</u>

Εισόδημα μετά την μεταβολή της τιμής: I'=1·40=40€

Ζήτηση γάλακτος μετά την μεταβολή της τιμής:

x_1'= 10+40/(10·1)=14 λίτρα

Αλλά σε Ι=80€ θα είχε καταναλώσει x_1 = 10+80/(10·1)=18 λίτρα

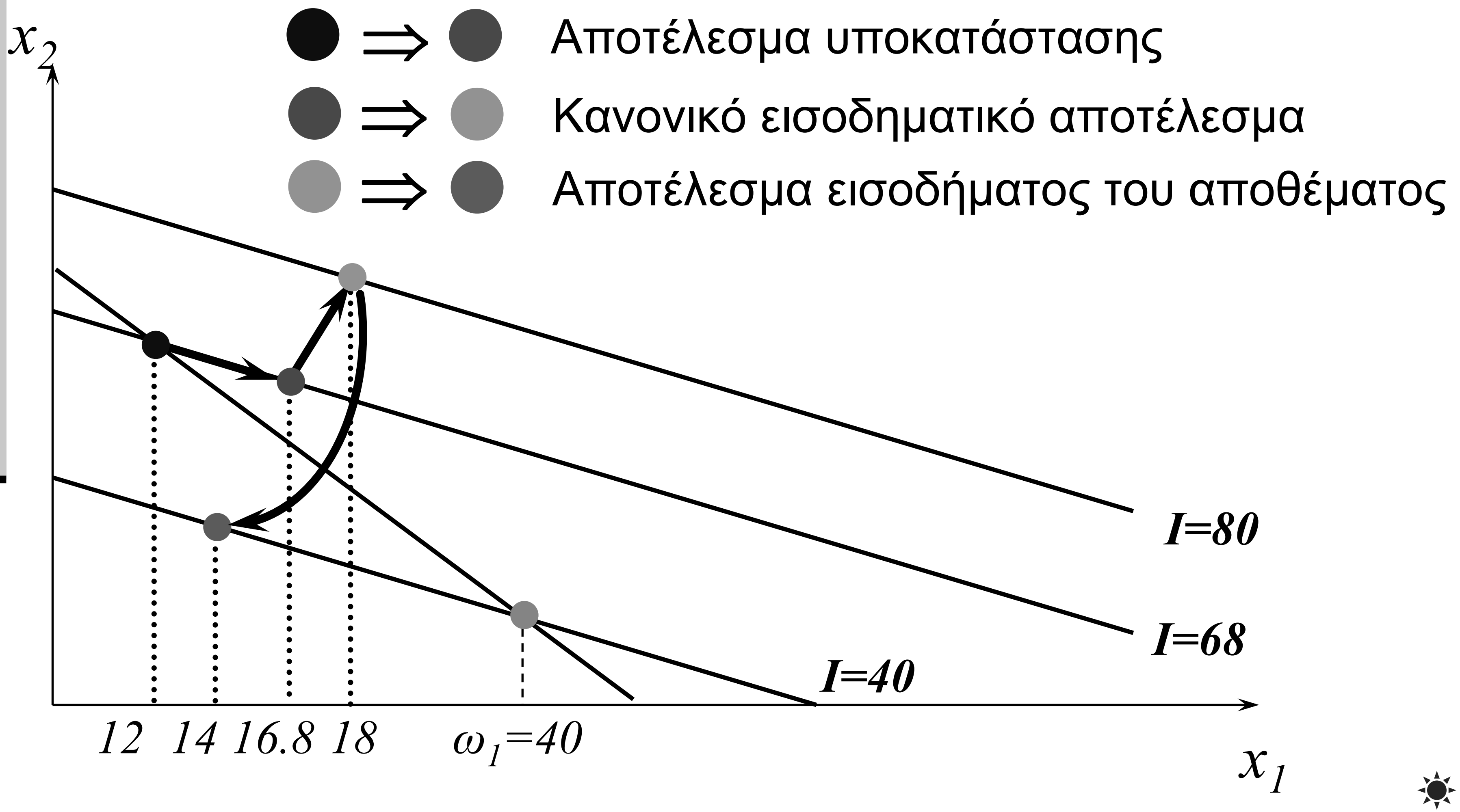
$$\Rightarrow \text{αποτέλεσμα εισοδήματος αποθέματος} = 14 - 18 = -4$$

Συνολική μεταβολή ζήτησης = Αποτ.Υποκατάστασης+Αποτ.Κανονικού Εισοδήματος+Απότ.Εισοδηματος Αποθέματος

2 = 4,8 + 1,2 - 4

Παράδειγμα

(συνέχεια)



Προσφορά εργασίας

Υποθέτουμε ότι ο καταναλωτής αρχικά έχει ένα χρηματικό εισόδημα *M*, το οποίο λαμβάνει είτε εργάζεται είτε όχι (μη προερχόμενο από εργασία εισόδημα).

Έστω C η κατανάλωση με τιμή p, *L* η προσφερόμενη εργασία και w το ωρομίσθιο:

$$pC = M + wL$$

$$\Rightarrow pC - wL = M$$

Υπάρχει όμως μια μέγιστη δυνατή προσφορά εργασίας $\bar{L}$ π.χ. 24 ώρες τη μέρα, άρα:

$$\Rightarrow pC + w\left(\bar{L} - L\right) = M + w\bar{L}$$

Όμως $M = p\bar{C}$ όπου $\bar{C}$ το απόθεμα για κατανάλωση όταν L=0

$$\Rightarrow pC + w\left(\bar{L} - L\right) = p\bar{C} + w\bar{L}$$

Προσφορά εργασίας

Όμως $\bar{L}-L$ είναι η ποσότητα της σχόλης. Ας την συμβολίσουμε με R.

Ο συνολικός όμως διαθέσιμος χρόνος της σχόλης είναι $\bar{R}=\bar{L}$

$$\Rightarrow pC + wR = p\bar{C} + w\bar{R}$$

Η αξία της κατανάλωσης και η αξία της σχόλης που αποτιμάται με το ωρομίσθιο w, πρέπει να είναι ίσα με την αξία του αποθέματος κατανάλωσης και του αποθέματος χρόνου.

Το ωρομίσθιο λέγεται και **κόστος ευκαιρίας** της σχόλης.

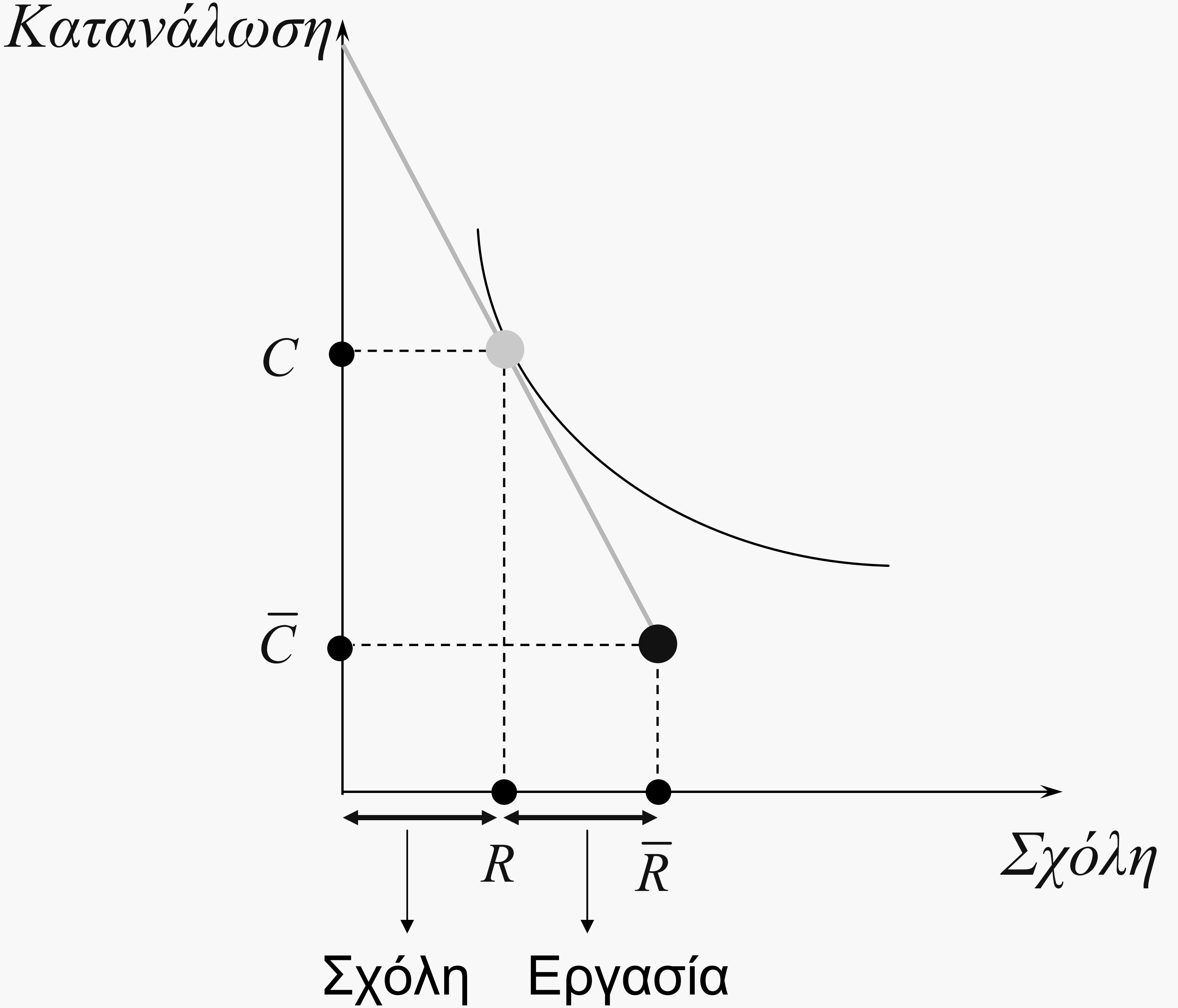
$$pC + wR = p\bar{C} + w\bar{R}$$

Πλήρες εισόδημα

vs. Μετρούμενο εισόδημα

Το άριστο σημείο είναι εκεί που ο οριακός λόγος υποκατάστασης ισούται με -w/p, το πραγματικό ωρομίσθιο.

Προσφορά εργασίας



Διαχρονική Επιλογή

Μέχρι τώρα εξετάσαμε τις επιλογές των ατόμων σε μία χρονική στιγμή.

Τι συμβαίνει όταν ο καταναλωτής κάνει διαχρονικές επιλογές π.χ. αποταμιεύει σήμερα για να καταναλώσει στο μέλλον;

Πώς κατανέμεται μια «ποσότητα» εισοδήματος στη διάρκεια του επόμενου μήνα (θα το αποταμιεύσουν τώρα για να το καταναλώσουν αργότερα;)

Ή πώς χρηματοδοτείται η κατανάλωση μέσω δανεισμού, που θα γίνει τώρα έναντι εισοδήματος που θα αποκτήσουν στο τέλος του μήνα;

Διαχρονική Επιλογή: Βασικές γνώσεις

Ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν δύο περίοδοι η 1 και η 2.

Έστω *r* το επιτόκιο ανά περίοδο.

π.χ. αν $r = 0,1$, τότε, τα 100€, που αποταμιεύονται στην αρχή της περιόδου 1, γίνονται 110€ στην αρχή της περιόδου 2.

Η αξία της επόμενης περιόδου ενός 1€, που αποταμιεύεται τώρα, είναι η μελλοντική αξία του ευρώ αυτού.

Δεδομένου ενός επιτοκίου *r*, η μελλοντική αξία 1€ σε μια συγκεκριμένη περίοδο είναι

$$MA = 1 + r$$

Δεδομένου ενός επιτοκίου r, η μελλοντική αξία των I € σε μια συγκεκριμένη περίοδο είναι

$$MA = I\left(1 + r\right)$$

Διαχρονική Επιλογή: Βασικές γνώσεις

Ας υποθέσουμε ότι μπορείτε να πληρώσετε τώρα για να πάρετε 1€ στην αρχή της επόμενης περιόδου.

Ποιο είναι το μεγαλύτερο ποσό που πρέπει να πληρώσετε;

Έστω ότι αποταμιεύεται I € τώρα, αυτά θα γίνουν $I \cdot (1+r)$ στην αρχή της επόμενης περιόδου. Άρα:

$$I(1+r) = 1 \Rightarrow I = \frac{1}{1+r}$$

Αυτή είναι η παρούσα αξία ενός 1€ που αποκτάται στην αρχή της επόμενης περιόδου.

Η παρούσα αξία 1€ διαθέσιμου στην αρχή της επόμενης περιόδου είναι:

$$\Pi A = \frac{1}{1+r}$$

και η παρούσα αξία I € διαθέσιμων στην αρχή της επόμενης περιόδου είναι:

$$\Pi A = \frac{I}{1+r}$$

Το πρόβλημα της Διαχρονική Επιλογής

Έστω εισοδήματα I_1 και I_2 που αποκτώνται κατά τις περιόδους 1 και 2.

Έστω καταναλώσεις c_1 και c_2 κατά τις περιόδους 1 και 2.

Έστω τιμές κατανάλωσης p_1 και p_2 κατά τις περιόδους 1 και 2.

Ποιος είναι ο προτιμότερος διαχρονικός συνδυασμός καταναλωτικών αγαθών (c_1, c_2);

Για να απαντήσουμε, πρέπει να γνωρίζουμε:

α) Τον διαχρονικό εισοδηματικό περιορισμό

β) Τις διαχρονικές προτιμήσεις κατανάλωσης.

Ο Διαχρονικός Εισοδηματικός Περιορισμός

Απλοποιούμε την ανάλυση υποθέτοντας $p_1 = p_2 = 1$.

Αν ο καταναλωτής επιλέξει να μην αποταμιεύσει και να μην δανειστεί τότε στην περίοδο 1 θα καταναλώσει $c_1=I_1$, και στην περίοδο 2 θα καταναλώσει $c_2=I_2$.

Αν υποθέσουμε τώρα ότι ο καταναλωτής δεν καταναλώνει τίποτα την περίοδο 1 και αποταμιεύει $s_1=I_1$.

Άρα το διαθέσιμο εισόδημα την περίοδο 2 θα είναι: $I_2 + (1+r)I_1$

και η κατανάλωση του $c_2 = I_2 + (1+r)I_1$

Ο Διαχρονικός Εισοδηματικός Περιορισμός

Ας υποθέσουμε ότι ο καταναλωτής δανείζεται ποσό b_1 στην περίοδο 1, έναντι του αναμενόμενου εισοδήματος I_2.

Το μεγαλύτερο ποσό που μπορεί να δανειστεί είναι: $$b_1 = \frac{I_2}{1+r}$$

Άρα την περίοδο 2 θα έχει κατανάλωση c_2=0 γιατί θα πρέπει να χρησιμοποιήσει το εισόδημα I_2 για να ξεπληρώσει το ποσό b_1 που δανείστηκε.

Έτσι την περίοδο 1 θα καταναλώσει: $$c_1 = I_1 + \frac{I_2}{1+r}$$

Ο Διαχρονικός Εισοδηματικός Περιορισμός

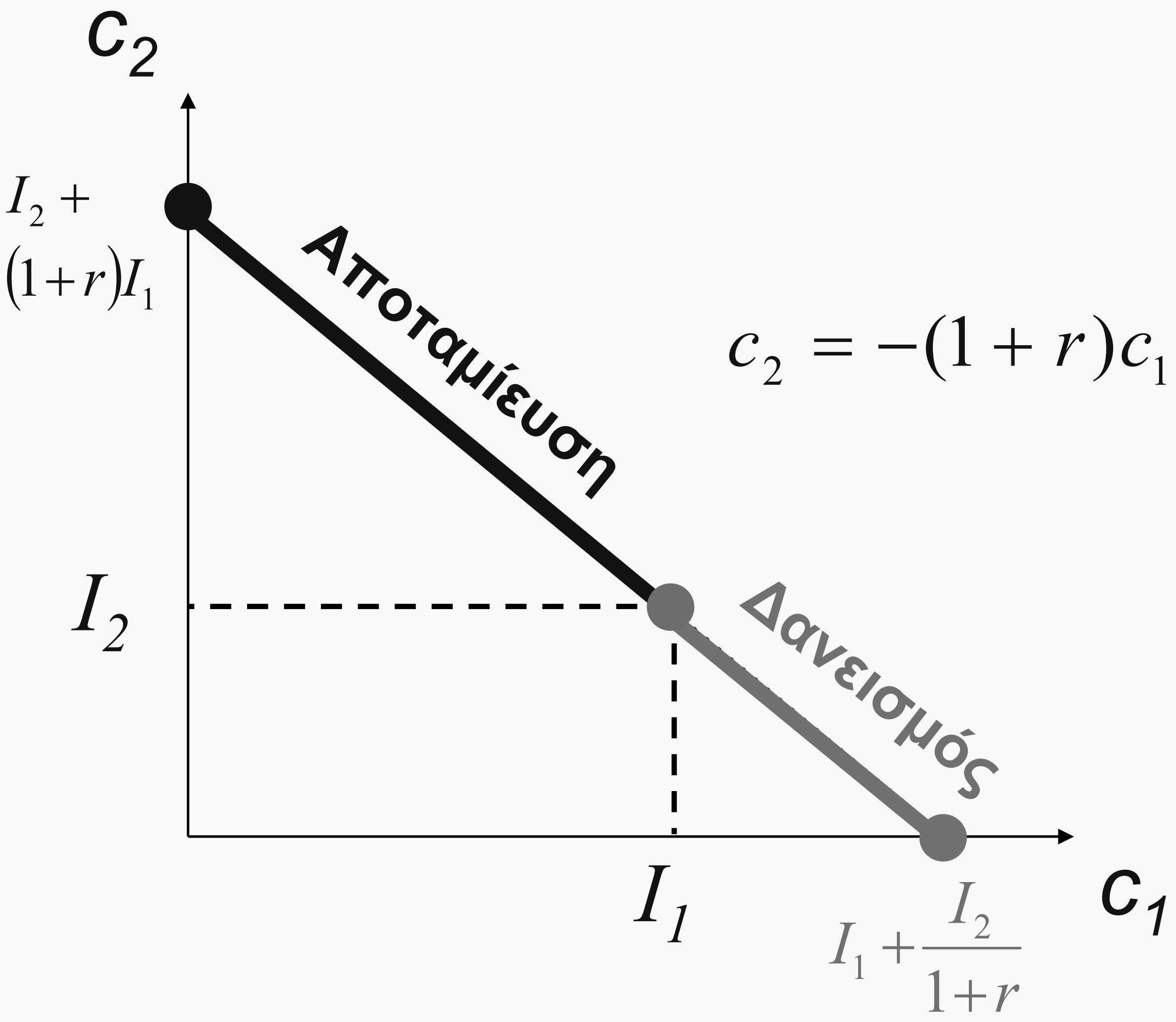
Αν στην περίοδο 1 δεν καταναλώσει όλο το εισόδημα I_1 αλλά καταναλώσει $c_1 < I_1$, τότε μπορεί να αποταμιεύσει $I_1 - c_1$.

Άρα η κατανάλωση στην περίοδο 2 θα είναι:

$$c_2 = I_2 + (1+r)(I_1 - c_1)$$

$$c_2 = \underbrace{-(1+r)}_{\text{Κλίση}} c_1 + \underbrace{I_2 + (1+r)I_1}_{\text{Σημείο τομής με τους άξονες}}$$

Ο Διαχρονικός Εισοδηματικός Περιορισμός



$$c_2 = -(1+r)c_1 + I_2 + (1+r)I_1$$

Ο Διαχρονικός Εισοδηματικός Περιορισμός

Με αναδιάταξη των όρων μπορούμε να γράψουμε τον εισοδηματικό περιορισμό σε μελλοντική αξία:

$$(1+r)c_1 + c_2 = (1+r)I_1 + I_2$$

και σε παρούσα αξία:

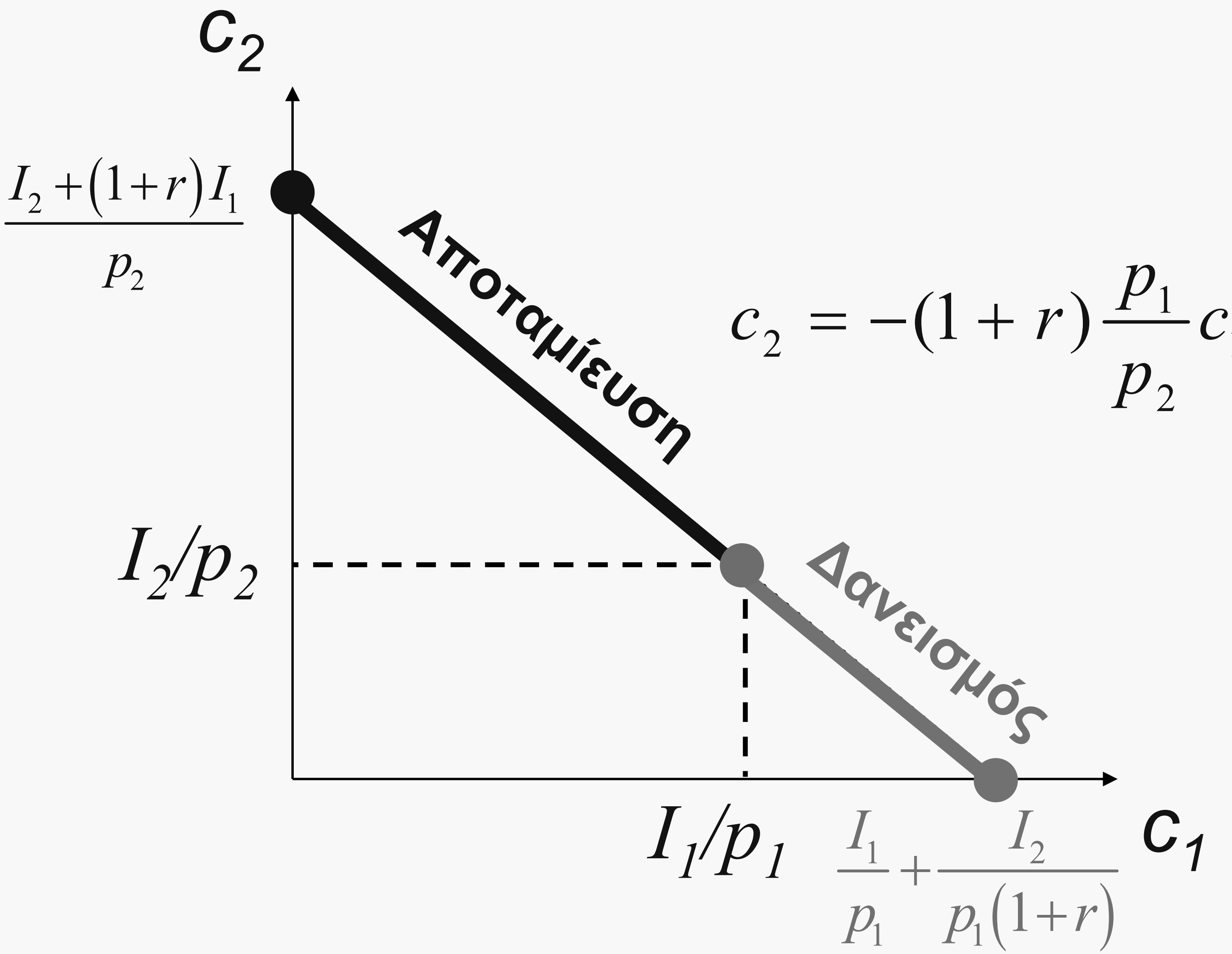
$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = I_1 + \frac{I_2}{1+r}$$

Πολύ εύκολα μπορούμε τώρα να προσθέσουμε τιμές στην ανάλυση αφού μέχρι τώρα υποθέταμε ότι $p_1 = p_2 = 1$.

$$(1+r)\,p_1 c_1 + p_2 c_2 = (1+r)I_1 + I_2$$

$$p_1 c_1 + \frac{p_2 c_2}{1+r} = I_1 + \frac{I_2}{1+r}$$

Ο Διαχρονικός Εισοδηματικός Περιορισμός



$$c_2 = -(1+r)\frac{p_1}{p_2}c_1 + \frac{I_2 + (1+r)I_1}{p_2}$$

Πληθωρισμός

Πως μπορούμε να ενσωματώσουμε στην ανάλυση την περίπτωση του πληθωρισμού, δηλαδή του ρυθμού αύξησης των τιμών;

Αν θεωρήσουμε ότι οι τιμές αυξάνονται από την μία περίοδο στην άλλη με ρυθμό *π*, τότε μπορούμε να γράψουμε: $p_1(1+\pi) = p_2$

Για να απλοποιήσουμε την ανάλυση θέτουμε p_1=1 .

$$\Rightarrow c_1 + \frac{1+\pi}{1+r} c_2 = I_1 + \frac{I_2}{1+r}$$

$$\Rightarrow c_2 = -\frac{1+r}{1+\pi} c_1 + (1+\pi)\left(\frac{I_1}{1+r} + I_2\right)$$

Μπορούμε να ορίσουμε: $\rho = \frac{r-\pi}{1+\pi} \quad \Rightarrow -(1+\rho) = -\frac{1+r}{1+\pi}$

Το *ρ* ονομάζεται πραγματικό επιτόκιο σε αντίθεση με το *r* που ονομάζεται ονομαστικό επιτόκιο.

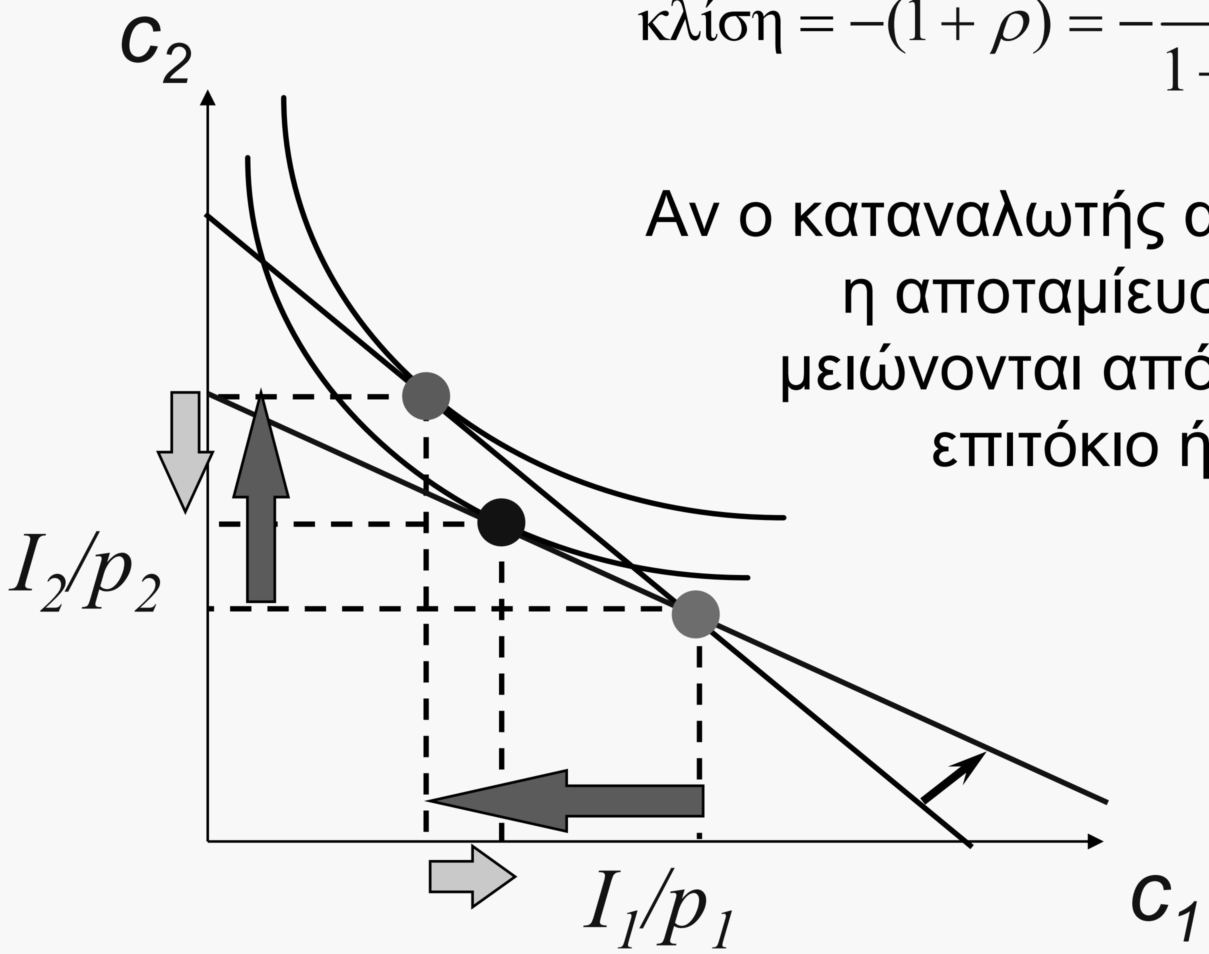
Πληθωρισμός

Για χαμηλά επίπεδα πληθωρισμού θεωρούμε ότι κατά προσέγγιση ισχύει: $\rho = r - \pi$

r	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
π	0,0	0,05	0,10	0,20	1,00
$r - \pi$	0,30	0,25	0,20	0,10	-0,70
ρ	0,30	0,24	0,18	0,08	-0,35

Συγκριτική Στατική Διαχρονικών Επιλογών

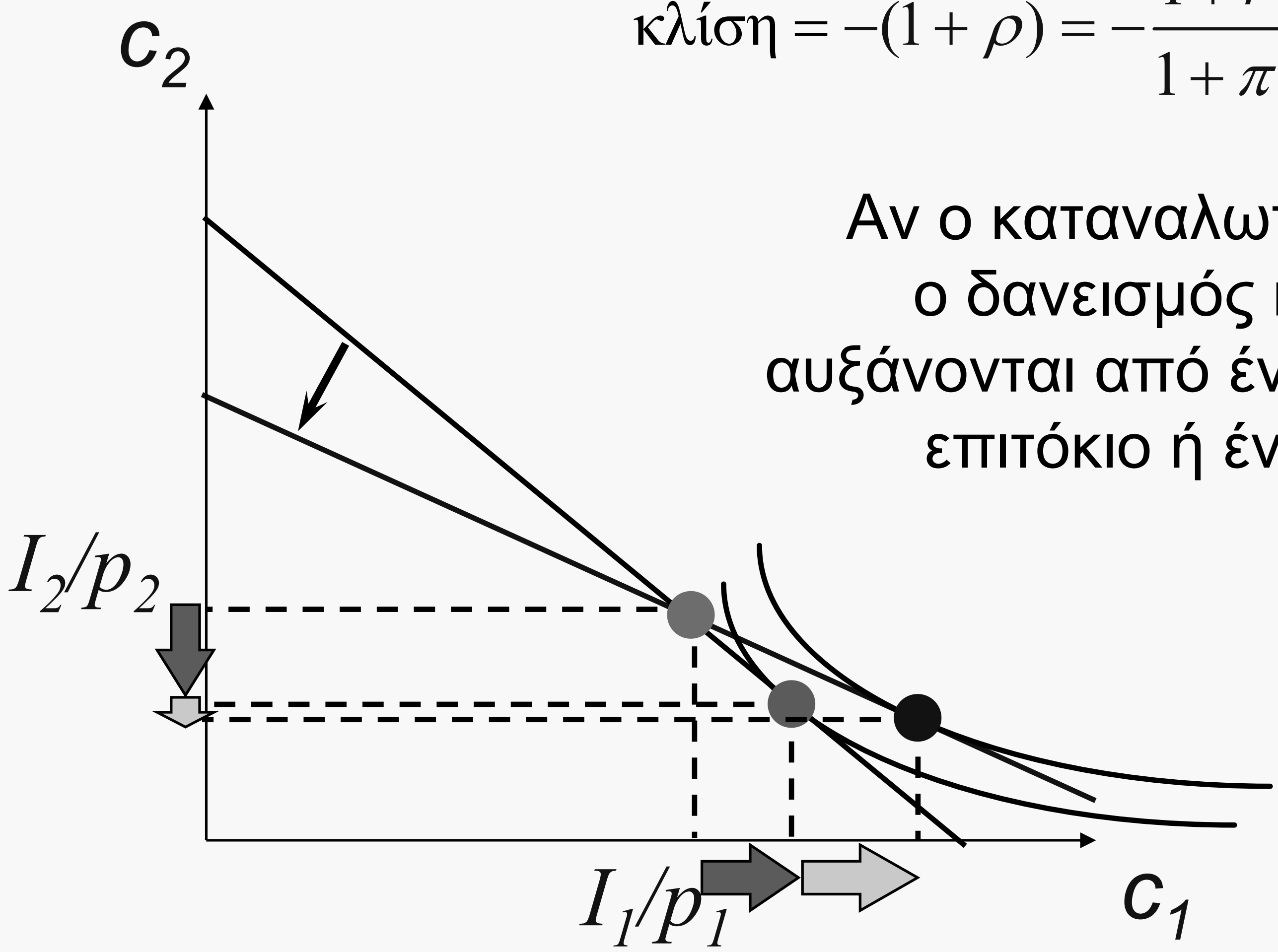
$$\text{κλίση} = -(1+\rho) = -\frac{1+r}{1+\pi}$$



Αν ο καταναλωτής αποταμιεύει, τότε, η αποταμίευση και η ευημερία μειώνονται από ένα χαμηλότερο επιτόκιο ή έναν υψηλότερο πληθωρισμό

Συγκριτική Στατική Διαχρονικών Επιλογών

$$\text{κλίση} = -(1+\rho) = -\frac{1+r}{1+\pi}$$



Αν ο καταναλωτής δανείζεται, ο δανεισμός και η ευημερία αυξάνονται από ένα χαμηλότερο επιτόκιο ή έναν υψηλότερο πληθωρισμό.

Εξίσωση Slutsky και Διαχρονική Επιλογή

Πως μπορούμε να διασπάσουμε την μεταβολή της ζήτησης που οφείλεται σε μια μεταβολή του επιτοκίου με την εξίσωση Slutsky;

$$\frac{\Delta c_1^t}{\Delta p_1} = \frac{\Delta c_1^s}{\Delta p_1} + \left(I_1 - c_1\right)\frac{\Delta c_1^m}{\Delta I}$$

$$(;) \qquad (-) \qquad\qquad (;) \qquad (+)$$

Αύξηση του επιτοκίου $\Rightarrow$ αύξηση τιμής 1ης περιόδου $\Rightarrow$ μικρότερη κατανάλωση την 1η περίοδο

Κανονικό αγαθό

Αν το άτομο είναι δανειολήπτης τότε $I_1 - c_1 < 0 \Rightarrow \Delta c_1^t / \Delta p_1 < 0$

Άρα μια αύξηση επιτοκίου μειώνει την σημερινή κατανάλωση.

Για ένα δανειστή, το αποτέλεσμα είναι αμφιλεγόμενο.

Μπορεί να του προσφέρει τόσο πολύ επιπλέον εισόδημα, ώστε να θέλει να καταναλώσει ακόμα περισσότερο την 1η περίοδο

Επιλογές και Αβεβαιότητα

Τι είναι αβέβαιο στα οικονομικά συστήματα;

- οι σημερινές τιμές
- ο μελλοντικός πλούτος
- η μελλοντική διαθεσιμότητα των αγαθών
- οι τωρινές και οι μελλοντικές πράξεις των άλλων ανθρώπων.

Ορθολογικές αντιδράσεις στην αβεβαιότητα:

- μια ασφάλεια υγείας, ζωής, αυτοκινήτου κ.τ.λ.
- ένα χαρτοφυλάκιο ενδεχόμενων καταναλωτικών αγαθών.

Πολλές φορές ο καταναλωτής επιλέγει μεταξύ διαφόρων ποσοτήτων κατανάλωσης στη βάση ενός προτύπου κατανομής πιθανοτήτων.

Καταστάσεις Πραγμάτων και Ενδεχόμενα

Πιθανές καταστάσεις πραγμάτων:

«να συμβεί αυτοκινητικό ατύχημα» (a)

«να μην συμβεί αυτοκινητικό ατύχημα» (na).

Ένα ατύχημα συμβαίνει με πιθανότητα π_a, δεν συμβαίνει με πιθανότητα $\pi_{na} \Rightarrow \pi_a + \pi_{na} = 1$

Το ατύχημα προκαλεί την απώλεια ενός χρηματικού ποσού *L* €. Ένα συμβόλαιο, που τίθεται σε ισχύ μόνο όταν συμβαίνει μια συγκεκριμένη κατάσταση πραγμάτων, εξαρτάται από την κατάσταση πραγμάτων.

π.χ. ο ασφαλιστής πληρώνει μόνο αν υπάρξει κάποιο ατύχημα.

Ένα σχέδιο κατανάλωσης εξαρτάται από την κατάσταση πραγμάτων μόνο όταν συμβαίνει μια συγκεκριμένη κατάσταση πραγμάτων.

π.χ. πηγαίνει κανείς διακοπές μόνο αν δεν συμβεί κάποιο ατύχημα.

Εισοδηματικοί περιορισμοί εξαρτώμενοι από καταστάσεις πραγμάτων

Έστω ότι μπορείς να ασφαλιστείς από ατύχημα πληρώνοντας γ για κάθε € ασφάλισης. (Δηλαδή για να ασφαλιστείς για 100€ θα πληρώσεις 100γ €).

Έστω ότι το εισόδημα του καταναλωτή είναι I και η αξία της κατανάλωσης είναι C_a σε περίπτωση ατυχήματος και C_{an} σε περίπτωση που δεν συμβεί ατύχημα.

Αν <u>δεν αγοράσει</u> ασφάλιση τότε η κατανάλωση θα είναι:

$C_a = I - L$ σε περίπτωση ατυχήματος

$C_{na} = I$ σε περίπτωση που δεν συμβεί ατύχημα

Αν <u>αγοράσει</u> K € ασφάλισης τότε η κατανάλωση θα είναι:

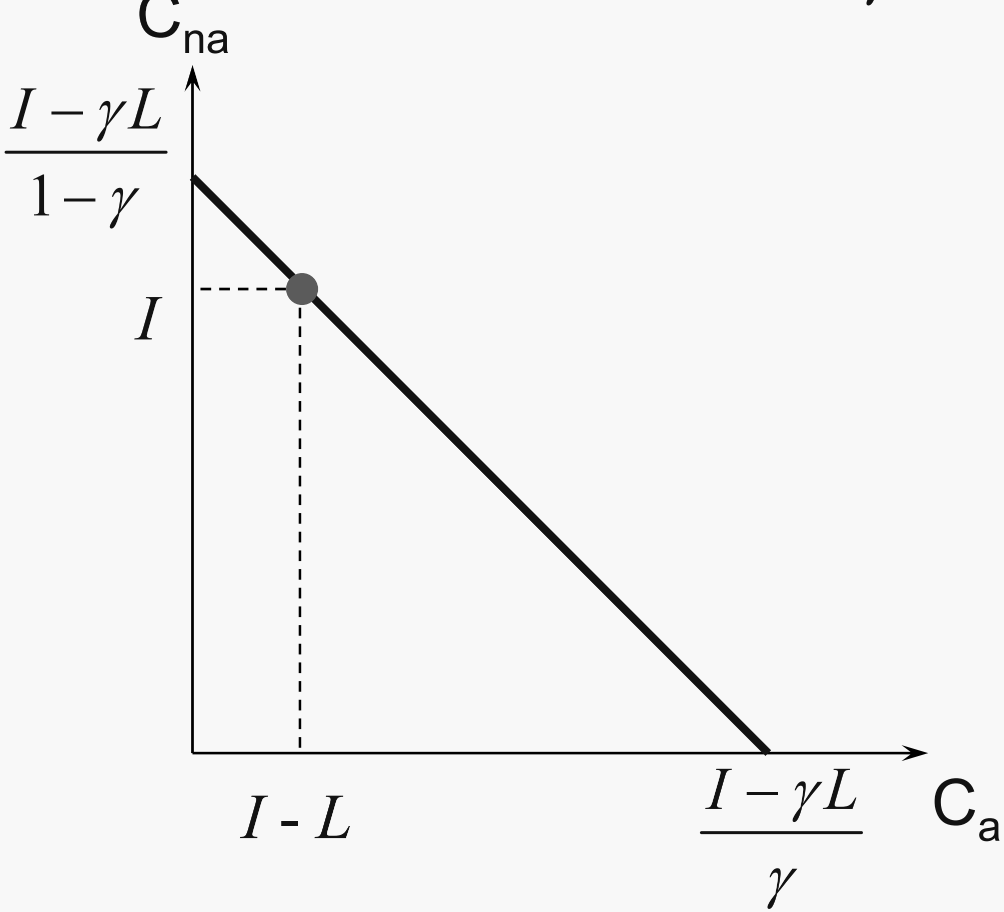
$C_a = I - L - \gamma K + K = I - L + (1-\gamma)K$ σε περίπτωση ατυχήματος

$C_{na} = I - \gamma K$ σε περίπτωση που δεν συμβεί ατύχημα

$$\Rightarrow K = (C_a - I + L)/(1-\gamma)$$

Εισοδηματικοί περιορισμοί εξαρτώμενοι από καταστάσεις πραγμάτων

$$\Rightarrow \mathrm{C}_{\mathrm{na}} = \frac{I-\gamma L}{1-\gamma} - \frac{\gamma}{1-\gamma}\mathrm{C}_{\mathrm{a}}$$



Προτιμήσεις υπό καθεστώς αβεβαιότητας

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μια συνάρτηση ωφέλειας για να περιγράψουμε αυτές τις επιλογές του καταναλωτή υπό συνθήκες αβεβαιότητας.

Η συνάρτηση ωφέλειας θα πρέπει να εξαρτάται από την πιθανότητα να συμβεί μια κατάσταση πραγμάτων.

Οι καταστάσεις που περιγράφουμε είναι αμοιβαία αποκλειόμενες ώστε αν η πιθανότητα να συμβεί μια κατάσταση είναι π_1, η πιθανότητα να συμβεί η άλλη κατάσταση είναι $\pi_2=1-\pi_1$.

Έτσι μπορούμε να παραστήσουμε τη συνάρτηση ωφέλειας για κατανάλωση στις καταστάσεις 1 και 2 ως:

$$u\left(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2\right)$$

Προτιμήσεις υπό καθεστώς αβεβαιότητας: Προσδοκώμενη ωφέλεια

Μια βολική μορφή που χρησιμοποιείται για να αποδώσουμε την συνάρτηση ωφέλειας υπό συνθήκες αβεβαιότητας είναι:

$$u\left(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2\right) = \pi_1 v\left(c_1\right) + \pi_2 v\left(c_2\right)$$

Η ωφέλεια γράφεται ως ένα σταθμισμένο άθροισμα κάποιων συναρτήσεων κατανάλωσης, όπου σταθμίσεις είναι οι πιθανότητες.

Αν μια από τις καταστάσεις είναι βέβαιη τότε π.χ. π_1=1 τότε $v(c_1)$ είναι η ωφέλεια της βέβαιης κατάστασης.

Η $\pi_1 v\left(c_1\right) + \pi_2 v\left(c_2\right)$ απεικονίζει την μέση ωφέλεια ή την προσδοκώμενη ωφέλεια.

Αποδεικνύεται ότι επειδή ακριβώς στην επιλογή σε συνθήκες αβεβαιότητας υπάρχει **ανεξαρτησία** μεταξύ των ενδεχομένων η συνάρτηση ωφέλειας θα πρέπει να έχει την μορφή αθροίσματος.

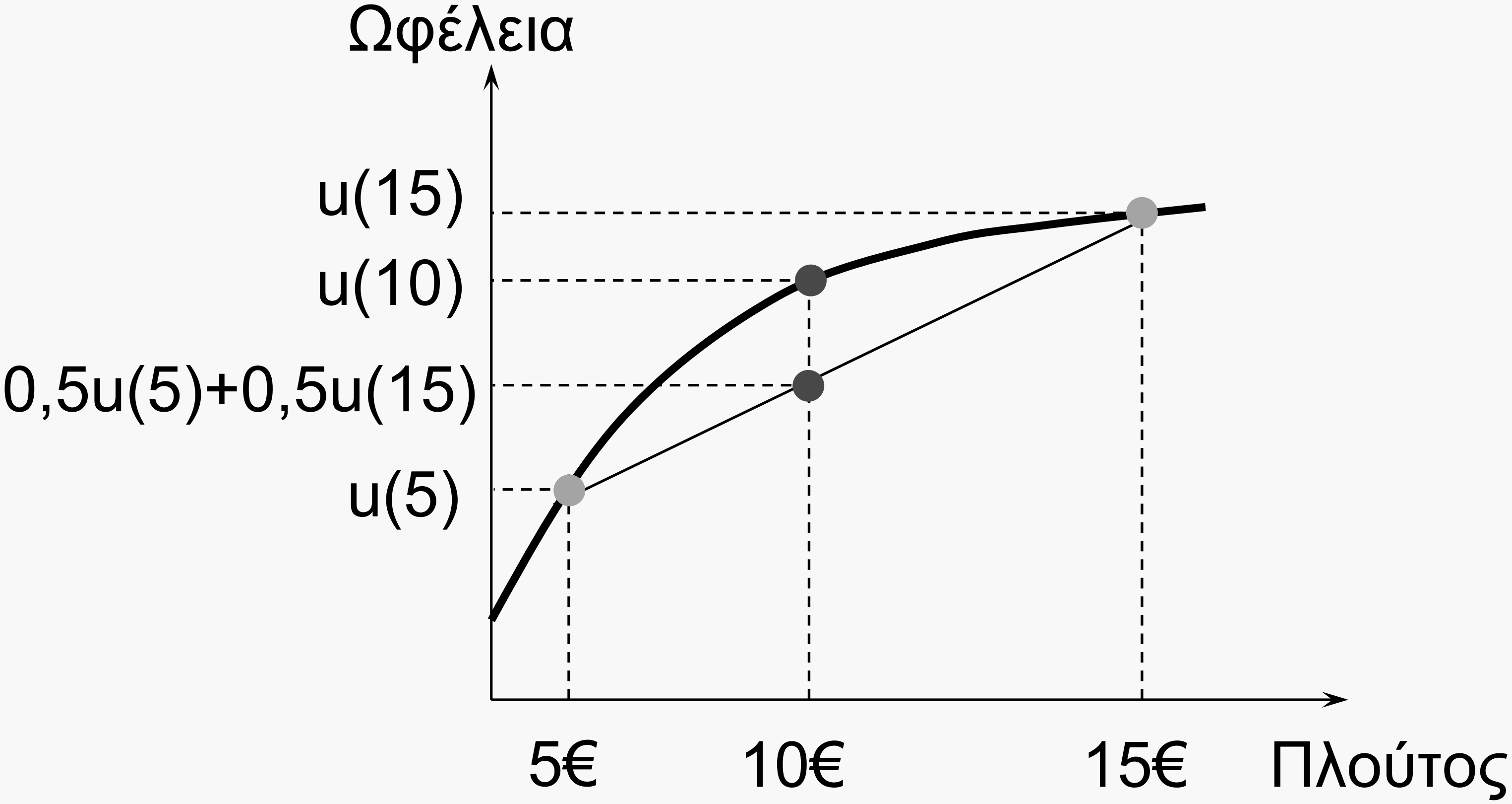
$$u\left(c_1, c_2, \ldots, c_n, \pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n\right) = \pi_1 v\left(c_1\right) + \pi_2 v\left(c_2\right) + \ldots + \pi_n v\left(c_n\right)$$

Αποστροφή κινδύνου

Έστω ότι ένας καταναλωτής έχει 10€ πλούτου και συμμετέχει σε τυχερό παιχνίδι που του δίνει 50% πιθανότητα να κερδίσει 5€ και 50% πιθανότητα να χάσει 5€.

Άρα έχει 50% πιθανότητα να καταλήξει με 5€ και 50% πιθανότητα να καταλήξει με 15€. Προσδοκώμενη αξία του πλούτου είναι 10€.

$$u(10) > 0{,}5u(5)+0{,}5u(15)$$

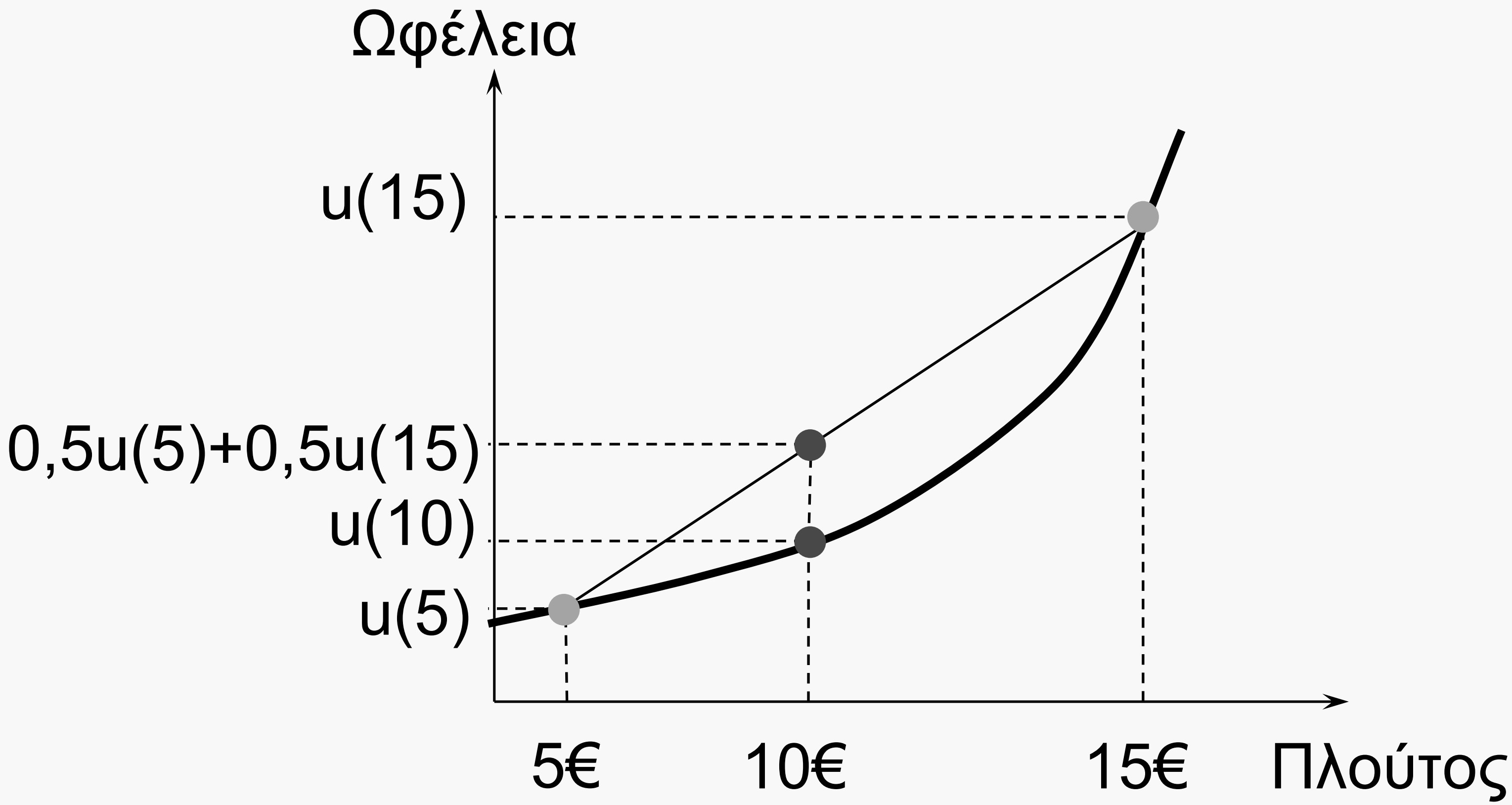


Επιδίωξη κινδύνου

Έστω ότι ένας καταναλωτής έχει 10€ πλούτου και συμμετέχει σε τυχερό παιχνίδι που του δίνει 50% πιθανότητα να κερδίσει 5€ και 50% πιθανότητα να χάσει 5€.

Άρα έχει 50% πιθανότητα να καταλήξει με 5€ και 50% πιθανότητα να καταλήξει με 15€. Προσδοκώμενη αξία του πλούτου είναι 10€.

$$u(10) < 0{,}5u(5)+0{,}5u(15)$$

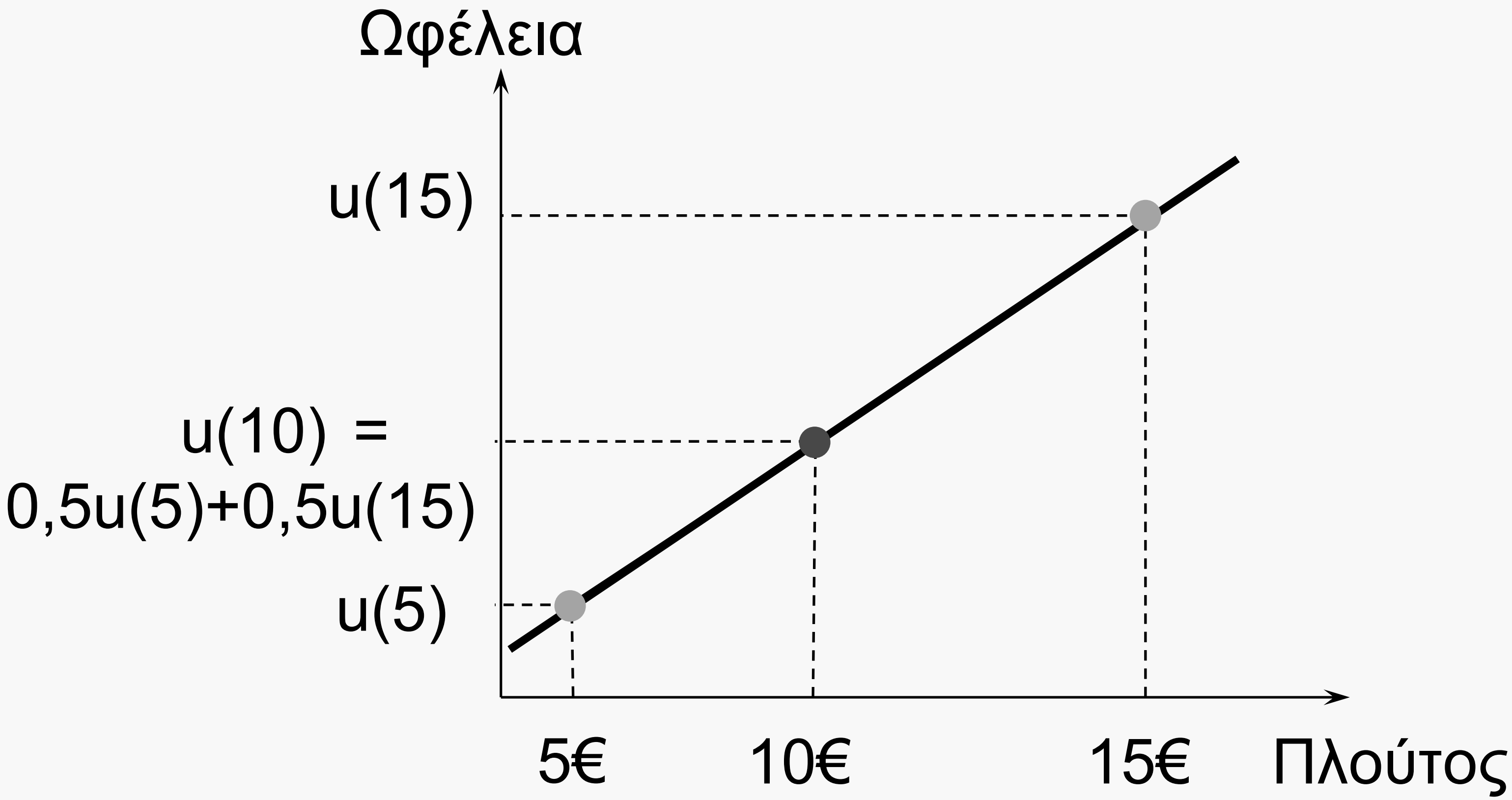


Ουδετερότητα απέναντι στον κίνδυνο

Έστω ότι ένας καταναλωτής έχει 10€ πλούτου και συμμετέχει σε τυχερό παιχνίδι που του δίνει 50% πιθανότητα να κερδίσει 5€ και 50% πιθανότητα να χάσει 5€.

Άρα έχει 50% πιθανότητα να καταλήξει με 5€ και 50% πιθανότητα να καταλήξει με 15€. Προσδοκώμενη αξία του πλούτου είναι 10€.

$$u(10) = 0{,}5u(5)+0{,}5u(15)$$



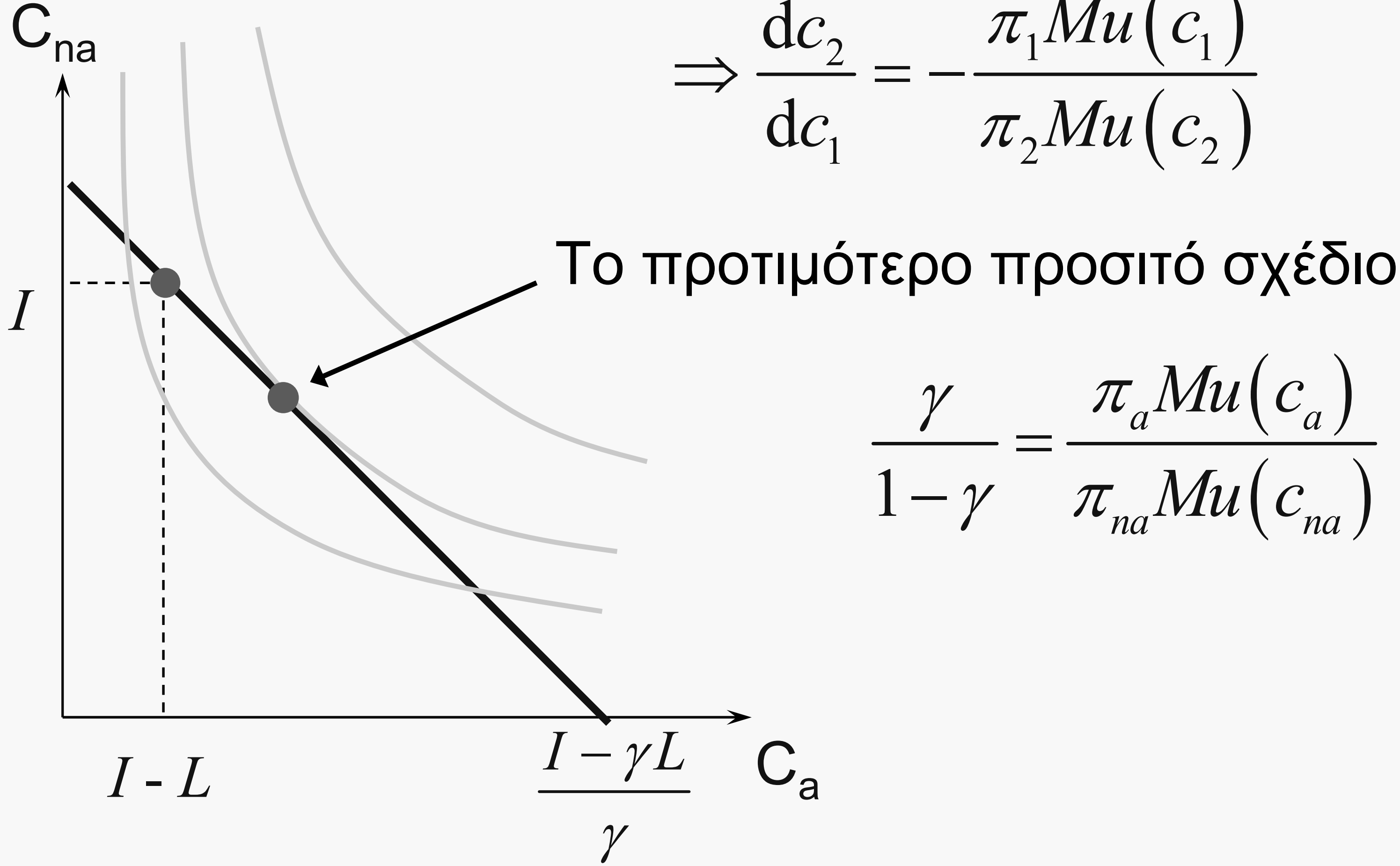
Επιλογή υπό καθεστώς αβεβαιότητας

$$\mathrm{EU} = \pi_1 u(c_1) + \pi_2 u(c_2)$$

$$\Rightarrow \mathrm{dEU} = \pi_1 Mu(c_1)\mathrm{d}c_1 + \pi_2 Mu(c_2)\mathrm{d}c_2$$

$$\Rightarrow 0 = \pi_1 Mu(c_1)\mathrm{d}c_1 + \pi_2 Mu(c_2)\mathrm{d}c_2$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}c_2}{\mathrm{d}c_1} = -\frac{\pi_1 Mu(c_1)}{\pi_2 Mu(c_2)}$$



$$\frac{\gamma}{1-\gamma} = \frac{\pi_a Mu(c_a)}{\pi_{na} Mu(c_{na})}$$